UNIVERSITÉ DE LOUVAIN

COURS

d'Exploitation des chemins de fer

PROFESSÉ

PAR

Ulysse LAMALLE

Ingénieur civil des mines — A. I. Lg.
Directeur Général honoraire
de la Société Nationale des Chemins de fer belges

TOME III

LA VOIE

FASCICULE II

Pose de la Voie en Courbe

TROISIÈME ÉDITION

LOUVAIN
LIBRAIRIE UNIVERSITAIRE
CH. UYSTPRUYST, éditeur
Rue de la Monnaie, 10

PARIS
DUNOD, éditeur
Rue Bonaparte, 92

1949

IMPRIMÉ EN BELGIQUE

Pose de la Voie en Courbe

625.144.2 (¹)

Les particularités qui distinguent la pose de la voie en courbe sont les suivantes :

1°) la surlargeur ou surécartement ;

2°) le surhaussement du rail extérieur provoquant le dévers de la voie ;

3°) les raccordements (habituellement paraboliques), conséquence logique du surhaussement et de la surlargeur ;

4°) l'emploi de rails courts dans la file intérieure.

CHAPITRE I

La surlargeur ou surécartement

L'Unité technique internationale des chemins de fer prescrit que :

dans la voie courante, *la jauge de la voie*, c.-à-d. la largeur mesurée entre les

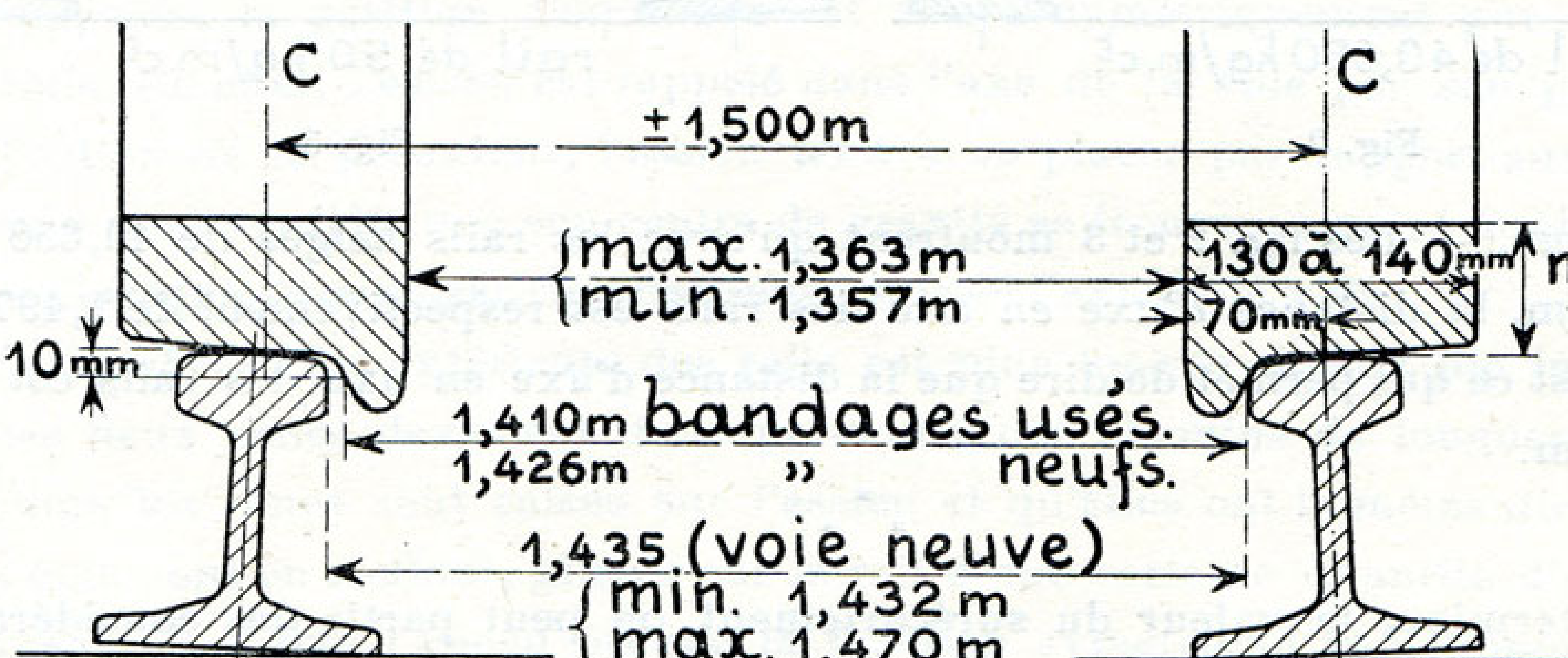

Fig. 1

bords intérieurs des bourrelets des rails, doit être de 1,435 m (fig. 1) pour les voies *neuves* à poser et pour les voies à réfectionner ;

(¹) Index de la classification décimale.

la largeur de la voie, *en service*, ne peut être inférieure à 1,432 m ;

ni supérieure à 1,470 m même en courbe et y compris le surécartement.

Quant à l'écartement « extérieur » des mentonnets des roues d'un essieu, l'Unité technique prescrit un minimum de 1,410 m (bandages usés) et un maximum de 1,426 m (bandages neufs), cet écartement étant mesuré à 10 mm en contre-bas des cercles de roulement écartés de 1,500 m en moyenne [1].

Il s'ensuit que le jeu minimun minimorum d'une paire de roues dans la voie sera, en *alignement droit*, de 6 mm :

1,432 m (min. voie) — 1,426 m (max. bandages) = 6 mm

mais si l'on considère le cas où l'écartement extérieur des mentonnets des roues d'un même essieu est minimum (1,410 m) et si on l'applique à la voie neuve (1,435 m), le jeu sera de 25 mm :

1,435 m (voie neuve) — 1,410 m (min. bandages) = 25 mm.

Enfin, en *courbe*, le jeu maximum maximorum sera, pour un essieu isolé, de 60 mm :

1,470 m (max. voie) — 1,410 m (min. bandages) = 60 mm.

Le surécartement facilite l'inscription des véhicules dans les courbes.

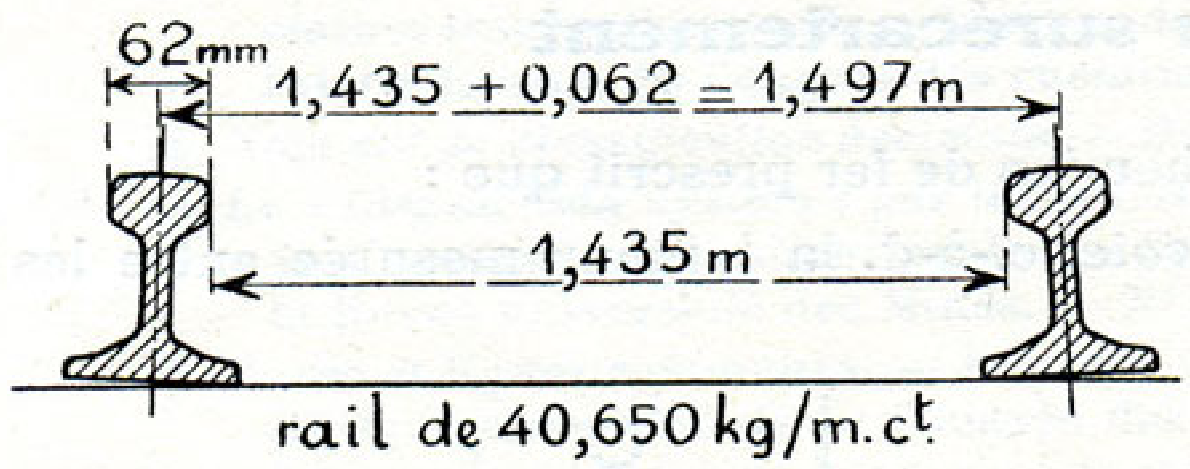

Fig. 2

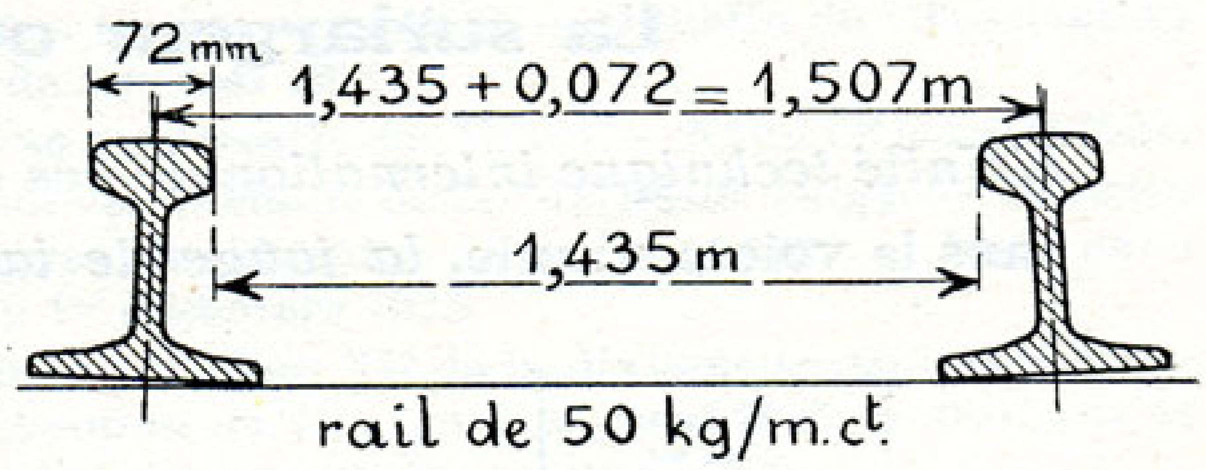

Fig. 3

Remarque. — Les **fig.** 2 et 3 montrent qu'avec les rails belges de 40,650 kg/m et de 50 kg/m, la distance *d'axe en axe* des rails est respectivement de 1,497 m et 1,507 m ; c'est ce qui permet de dire que la distance d'axe en axe des rails est d'environ 1,500 m.

*
* *

Pour déterminer la valeur du surécartement, on peut partir des considérations suivantes :

---

[1] Le cercle de roulement est le cercle d'intersection d'un plan vertical distant de 70 mm de la face intérieure du bandage avec la surface de roulement de la roue, **fig.** 1, plan vertical C.

L'écartement *des cercles de roulement des bandages* des roues est (fig. 1) moyennement de 1,500 m :

$$\frac{1{,}363 \text{ m} + (2 \times 0{,}070) + 1{,}357 \text{ m} + (2 \times 0{,}070)}{2} = \frac{1{,}503 + 1{,}497}{2} = 1{,}500 \text{ m.}$$

1°) Envisageons d'abord *un seul* essieu avec ses deux roues calées et partant solidaires (fig. 4). Supposons-le dans sa position normale sur la voie. Les deux bandages roulent sur leur cercle de roulement de rayon r, ces deux rayons sont égaux.

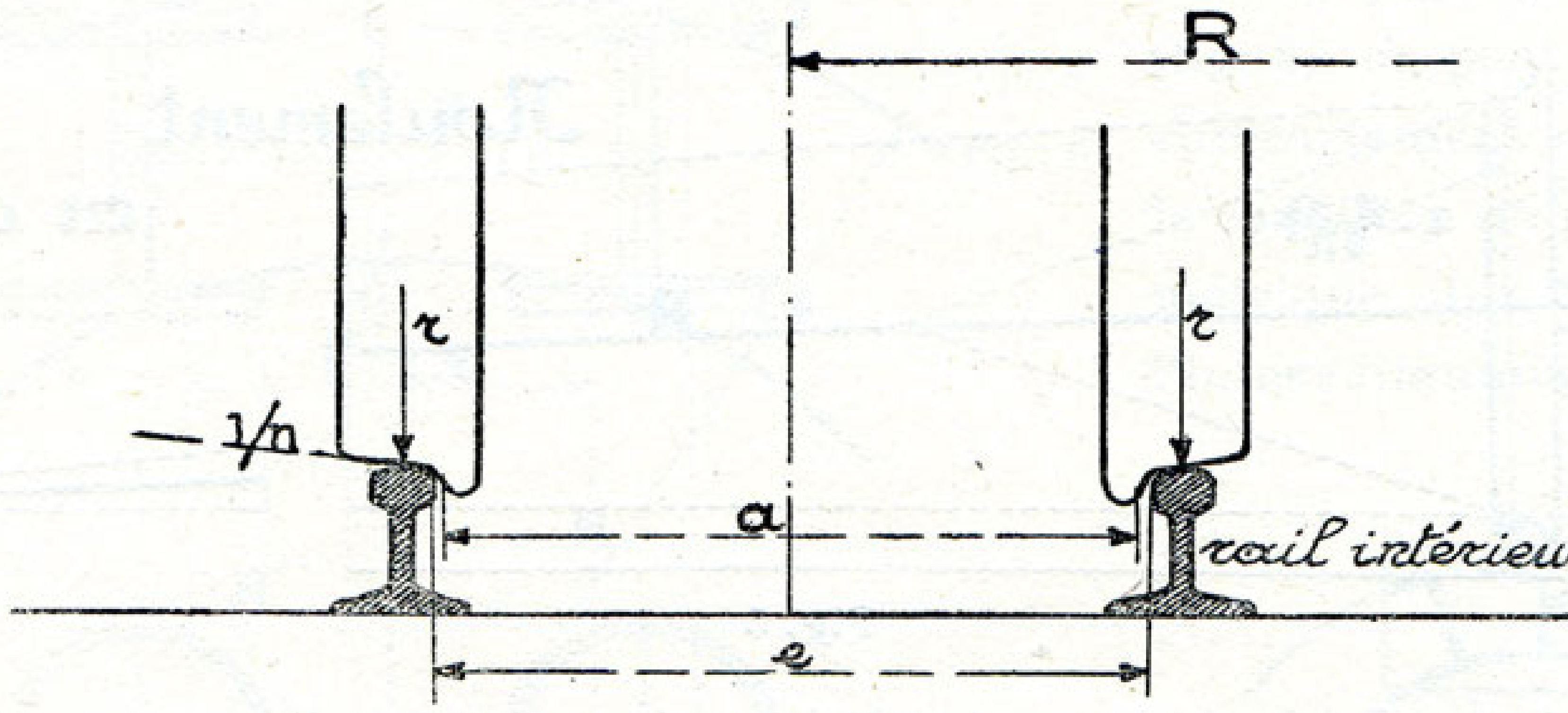

Fig. 4

e = écartement des faces intérieures des bourrelets des rails ;

a = écartement extérieur des mentonnets des bandages ;

$e - a$ = jeu de la voie ;

$\frac{1}{n}$ = conicité des bandages $\left(\frac{1}{20}\text{ généralement}\right)$.

En ligne droite, l'essieu, par suite de cette conicité, repose sur le rail par deux cônes opposés, la position d'équilibre est située symétriquement par rapport aux deux rails. En effet, l'essieu est rappelé dans l'axe de la voie par son propre poids. Sous l'action de la pesanteur, l'essieu tend à se placer par rapport aux deux rails, dans une position telle que son centre de gravité se trouve au point le plus bas. Il en est ainsi lorsque l'essieu est rigoureusement dans l'axe de la voie.

En courbe, la file extérieure des rails est plus longue que la file intérieure des rails, les deux roues devraient donc parcourir des chemins de longueur différente, or, comme les roues sont calées sur l'essieu et qu'elles ont le même diamètre, l'une d'elles doit, tout en roulant, glisser sur le rail d'une certaine quantité d'une manière permanente. Lorsque l'essieu occupe la position symétrique par rapport à la voie, *les cercles de roulement* des deux roues ont le même diamètre (fig. 4) et, dans ces conditions, en courbe, le roulement donne lieu à glissement. Ce glissement disparaît dans le roulement en cône (fig. 5) car, dans ce cas, le rayon du cercle de roulement de la roue extérieure est plus grand que le rayon du cercle de roulement de la roue intérieure.

La condition de roulement en cône d'un essieu est que si l'on joint par une droite les centres des deux roues, cette droite passe par le centre de la courbe (fig. 5). A partir de la position symétrique d'équilibre, le déplacement transversal maximum est égal à la moitié du jeu de la voie c.-à-d. $\frac{e - a}{2}$ (fig. 4).

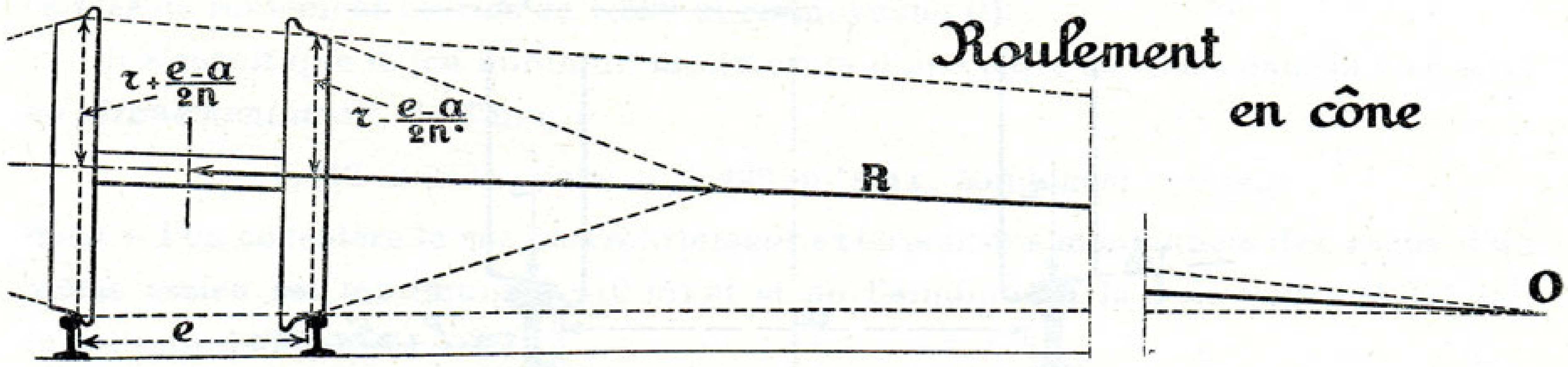

Fig. 5

Le rayon du cercle de roulement r de la roue extérieure devient :

$$r + \left(\frac{e - a}{2} \times \frac{1}{n}\right) = r + \frac{e - a}{2n}.$$

Le rayon du cercle de roulement de la roue intérieure $= r - \frac{e - a}{2n}$.

Pour que le roulement soit conique, il faut que les circonférences de roulement (chemins parcourus) soient proportionnelles aux rayons des deux files de rails (chemins à parcourir). Le rayon de la file extérieure $= \mathrm{R} + \frac{e}{2}$, celui de la file intérieure $= \mathrm{R} - \frac{e}{2}$.

Il faut donc que :

$$\frac{r + \frac{e - a}{2n}}{r - \frac{e - a}{2n}} = \frac{\mathrm{R} + \frac{e}{2}}{\mathrm{R} - \frac{e}{2}}.$$

d'où
$$e - a = \frac{r\,e\,n}{\mathrm{R}} = c^{te} \times \frac{r}{\mathrm{R}}. \qquad (1)$$

Exemple : Pour $\frac{1}{n} = \frac{1}{20}$

$$r = 0{,}500 \text{ m}$$
$$e = 1{,}500 \text{ m}$$
$$\mathrm{R} = 500 \text{ m}$$

Pour que le roulement en cône ait lieu, il faut :

$$e - a = \frac{r\,e\,n}{\mathrm{R}} = \frac{0{,}5 \times 1{,}5 \times 20}{500} = 0{,}030 \text{ m}.$$

2°) Quelqu'intéressante que soit la méthode qui précède, elle présente le défaut de n'envisager qu'un seul essieu. Considérant que non seulement les roues sont *calées* sur les essieux mais qu'en outre les essieux eux-mêmes restent *parallèles* entre eux (fig. 6), on peut déterminer le surécartement en partant de la condition d'inscription géométrique du véhicule dans l'intervalle annulaire des rails.

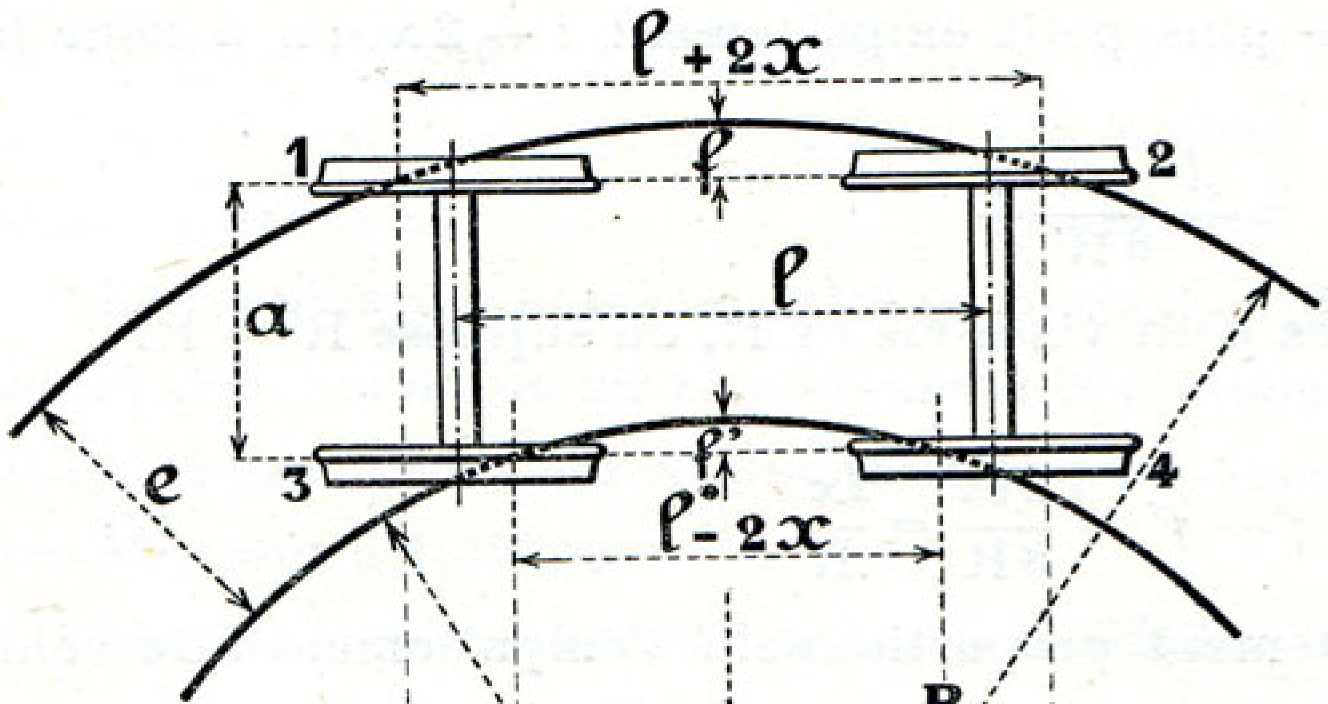

Fig. 6

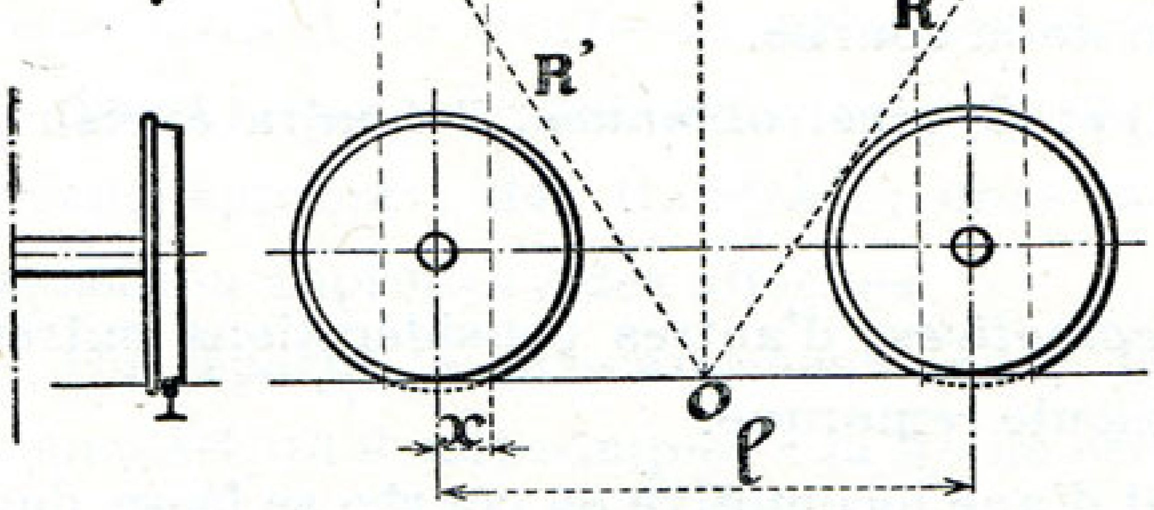

Fig. 7

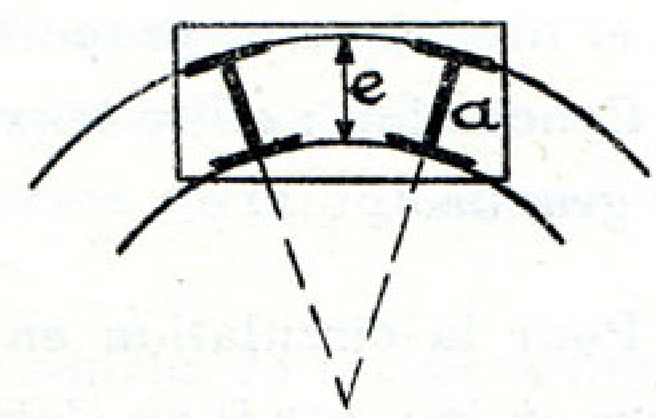

Fig. 8

Appelons e l'écartement des rails de la voie surélargie.

Représentons un véhicule à deux essieux parallèles et distants de l.

Si les essieux pouvaient prendre la position radiale, e serait égal à a (fig. 8).

Comme les mentonnets débordent d'une quantité x (fig. 7), le côté extérieur des mentonnets des roues 1 et 2 vient en contact avec le rail extérieur ; le côté intérieur des roues 3 et 4, avec le rail intérieur.

La corde de l'arc intercepté sur le rail extérieur est $l + 2x$.

» » » intérieur est $l - 2x$.

Si f et f' sont les flèches de ces deux arcs, on a :

$$e = a + f - f'$$

d'où *le surécartement* :

$$e - a = f - f'.$$

Déterminons f et f'.

1. Si l'on considère d'abord le plus grand empattement $l + 2x$ et partant la flèche f, on a :

$$\left(\frac{l + 2x}{2}\right)^2 = f(2R - f)$$

$$\left(\frac{l + 2x}{2}\right)^2 = 2Rf - f^2.$$

Négligeant f^2 devant $2Rf$, il vient :

$$f = \frac{(l + 2x)^2}{8R}.$$

2. De même, si l'on considère le plus petit empattement $l - 2x$, on a pour la flèche f' :

$$f' = \frac{(l - 2x)^2}{8R'}$$

étant entendu que $e = 1{,}500$ m est très petit vis-à-vis de R, ou suppose $R' = R$.

Finalement, le surécartement

$$e - a = f - f' = \frac{8\,lx}{8R} = \frac{lx}{R}. \qquad (2)$$

Le surécartement est donc directement proportionnel à l'empattement l du véhicule et inversement proportionnel au rayon de la courbe.

Conclusion : entre les deux valeurs (1) et (2) ainsi obtenues, il faudra choisir la plus grande.

Pour la circulation en courbe *des locomotives*, d'autres considérations entrent encore en jeu, car il ne s'agit plus d'un véhicule remorqué.

On admet que, pour que le mouvement d'une locomotive en courbe se fasse dans des conditions convenables, il est désirable que le roulement ait lieu avec le dernier essieu disposé suivant le rayon, la roue extérieure de l'essieu d'avant attaquant le rail extérieur (fig. 9) ; dans ces conditions, la roue intérieure de l'essieu d'arrière roule sur son plus grand rayon.

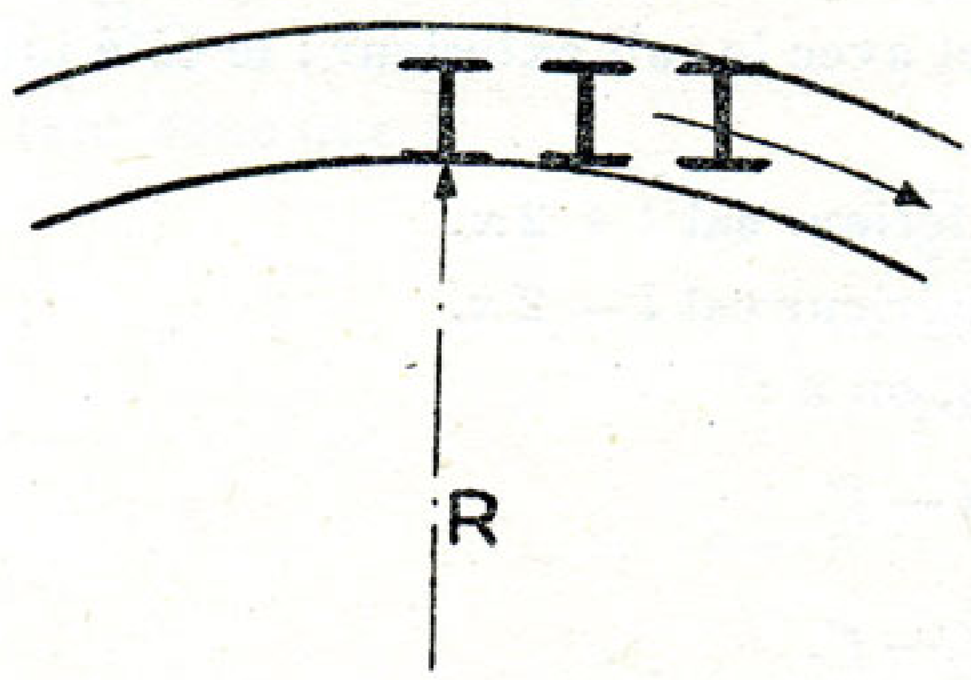

Fig. 9

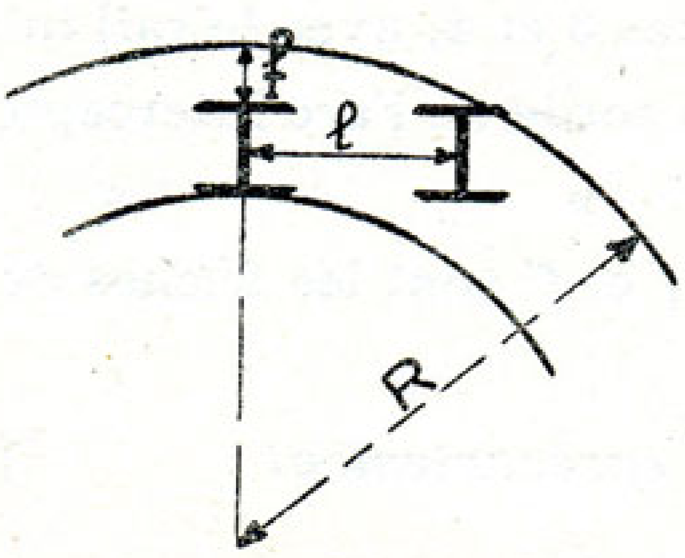

Fig. 10

Pour que l'essieu d'arrière prenne la position radiale, on doit avoir (fig. 10),

$$l^2 = f(2R - f)$$

et en négligeant f^2 devant $2R$,

$$l^2 = 2Rf,$$

la surlargeur devient

$$f = \frac{l^2}{2R}. \qquad (3)$$

A la *S. N. C. B.*, on ne donne un surécartement à la voie que dans les courbes de moins de 400 mètres de rayon.

Le surécartement est de :			l'écartement est de :
10 mm pour R compris entre	400 et 250 mètres		1,445 m
20 mm »	»	250 et 175 mètres	1,455 m
30 mm pour R $<$		175 mètres	1,465 m

Les surécartements constatés en cours d'exploitation sont tolérés s'ils ne dépassent pas 10 mm, ainsi que les rétrécissements n'atteignant pas 5 mm. Le maximum absolu est de 35 mm, l'écartement des rails ne peut donc jamais dépasser 1,470 m ; il ne peut être inférieur à 1,432 m.

Le surécartement est réalisé par le déplacement du rail intérieur afin d'assurer la continuité de la courbe du rail extérieur qui guide la roue extérieure d'avant.

Dans la pose sur traverses en bois, le surécartement graduel est obtenu par le perçage approprié des traverses ; dans la pose sur traverses métalliques, par une disposition appropriée des attaches.

On répartit le surécartement sur la longueur de la « courbe de raccordement », de manière qu'il soit complet à la fin de cette courbe de raccord.

Certains chemins de fer ne donnent pas de surécartement à leurs voies en courbe, mais souvent, dans ce cas, l'écartement *normal* est supérieur à 1,435 m, par exemple 1,450 m.

En *France*, depuis la création de la Société Nationale, les valeurs de l'écartement en fonction du rayon des courbes ont été unifiées et sont les suivantes :

rayons supérieurs ou égaux à 600 m	: 1,437 m,
» compris entre 600 et 400 m	: 1,445 m,
» » » 400 et 200 m	: 1,455 m,
» inférieurs à 200 m	: 1,465 m.

En *Angleterre*, où l'écartement normal est aussi de 1,435 m, on ne surélargit que dans les courbes de moins de 200 mètres de rayon et la surlargeur ne dépasse pas 19 mm.

En *Allemagne*,

pour les courbes de 300 à 250 m de rayon, le surécartement est de		5 mm,
» 250 à 160 m	» »	10 mm,
» moins de 160 m	» »	15 mm.

Ces pratiques différentes selon les réseaux expliquent que les formules exprimant la valeur de la résistance au roulement des véhicules circulant en courbe peuvent varier d'un réseau à l'autre.

Au *Japon*, où l'écartement normal n'est que de 1,067 m, le surécartement s'établit par la formule :

$$\left(\frac{6.000}{R} - 5 \text{ mm}\right).$$

Comme le surécartement donné par cette formule dépasserait 30 mm pour une courbe de rayon inférieur à 170 m, les Japonais déclarent que, pour empêcher que le bandage quitte le bourrelet du rail, ils limitent le surécartement à un maximum de 30 mm dans les courbes de faible rayon.

Conséquences du surécartement. — Remarquons que dans une voie large, l'amplitude des mouvements sinueux des locomotives augmente ; celles-ci peuvent prendre une direction plus oblique et ce, d'autant plus que leur empattement est moindre ; les oscillations de lacet peuvent se développer plus facilement. Une voie présentant un jeu modéré donne un roulement plus stable et diminue l'usure des bandages.

Par trop de surécartement, on augmente l'angle de cisaillement de la première roue extérieure et du rail, ce qui favorise la tendance au déraillement. Du point de vue de la sécurité aux vitesses élevées, ainsi que du point de vue de la douceur de roulement, il faut s'attacher à donner à la voie un surécartement en courbe aussi faible que possible, parce qu'ainsi on réduit au minimum l'angle de cisaillement entre la roue et le rail.

Remarque. — Si l'on considère la circulation en courbe d'un véhicule à trois essieux parallèles, le surécartement pourra être réduit si, comme on le fait souvent, le mentonnet des roues de l'essieu du milieu est aminci (fig. 11 et 12).

Fig. 11

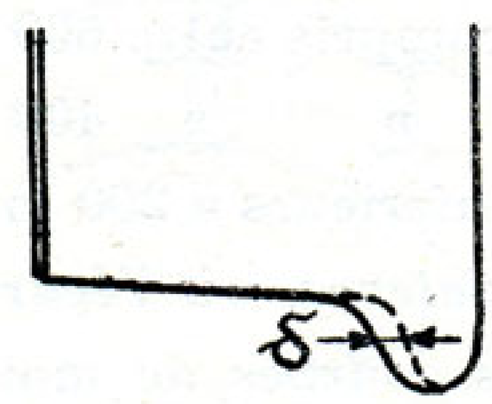

Fig. 12

Si δ est la valeur du démaigrissement du mentonnet, le surécartement déterminé par le calcul serait réduit de 2 δ.

Généralement, dans les locomotives à trois ou à quatre essieux accouplés, l'essieu du milieu ou les deux essieux intermédiaires ont les mentonnets des bandages amincis du côté du rail.

Pour le surplus, on ne se borne pas à agir sur la voie pour faciliter l'inscription des véhicules dans les courbes de faible rayon, on prévoit pour le matériel de transport et pour le matériel de traction des dispositifs spéciaux [1].

La surlargeur dans les appareils de changement de voies. — La surlargeur est appliquée dans les appareils de changement de voie. A la *S. N. C. B.*, la branche déviée reçoit la surlargeur correspondant au rayon de courbure qu'elle présente sauf au droit des croisements et des traversées où l'écartement est de 1,435 m avec une tolérance de + 3 mm et de — 2 mm.

CHAPITRE II

Le dévers [2]

En courbe, si la voie restait posée sur un plan horizontal, les mentonnets des bandages, sous l'effet de la force centrifuge, presseraient contre le rail extérieur ; pour éviter cela, le plan de la voie devra être disposé perpendiculairement à la résultante des forces qui agissent sur le train (fig. 13).

Or, en courbe, ces forces sont, en ordre principal, la force centrifuge et la gravité ; leur résultante étant oblique, le plan de la voie doit être incliné transversalement. Du chef de ce *dévers*, le rail extérieur est surhaussé par rapport au rail intérieur.

Calculons ce *surhaussement* pour un véhicule de poids P, roulant à la vitesse v m/sec, sur une courbe de rayon R.

La force centrifuge $\frac{mv^2}{R}$ s'exerçant dans le plan de la trajectoire du centre de gravité de la locomotive (le cercle) est horizontale. Appliquée au centre de gravité

---

(1) Voir dans l'ouvrage « La Locomotive » par U. Lamalle et F. Legein, les dispositions spéciales appliquées à la locomotive pour faciliter son inscription en courbe, 4e édit., pp. 550 et suivantes (1948).

(2) Bulletin de l'Association Internationale du Congrès des chemins de fer :
Congrès du Caire, 1933. — Question n° III.
Rapports de MM. Matsunawa, Kurokochi et Asakura, septembre 1932, p. 1705.
Deyl, novembre, 1932, p. 2131.
Baumann et Jaehn, décembre 1932, p. 2345.
Desprets et Chantrell, janvier 1933, p. 35.
Congrès de Paris, 1937. — Question n° I.
Rapports de MM. Flament, octobre 1936, p. 1143.
Lemaire, janvier, 1937, p. 1.
Yamada et Hashiguchi, mai 1937, p. 1365.
Flament, juin 1937, p. 1777.

du véhicule, elle se compose avec le poids P pour donner une résultante GD à laquelle le plan de la voie devra être perpendiculaire, d'où l'angle d'inclinaison α.

Parallèlement au plan de la voie, la composante $CG = \frac{mv^2 \cos \alpha}{R}$ de la force centrifuge tend à rejeter le véhicule vers le rail extérieur. Pour lui faire équilibre, nous avons la composante de la gravité $GH = P \sin \alpha$ et le frottement $f\left(P \cos \alpha + \frac{mv^2}{R} \sin \alpha\right)$ des roues sur les rails.

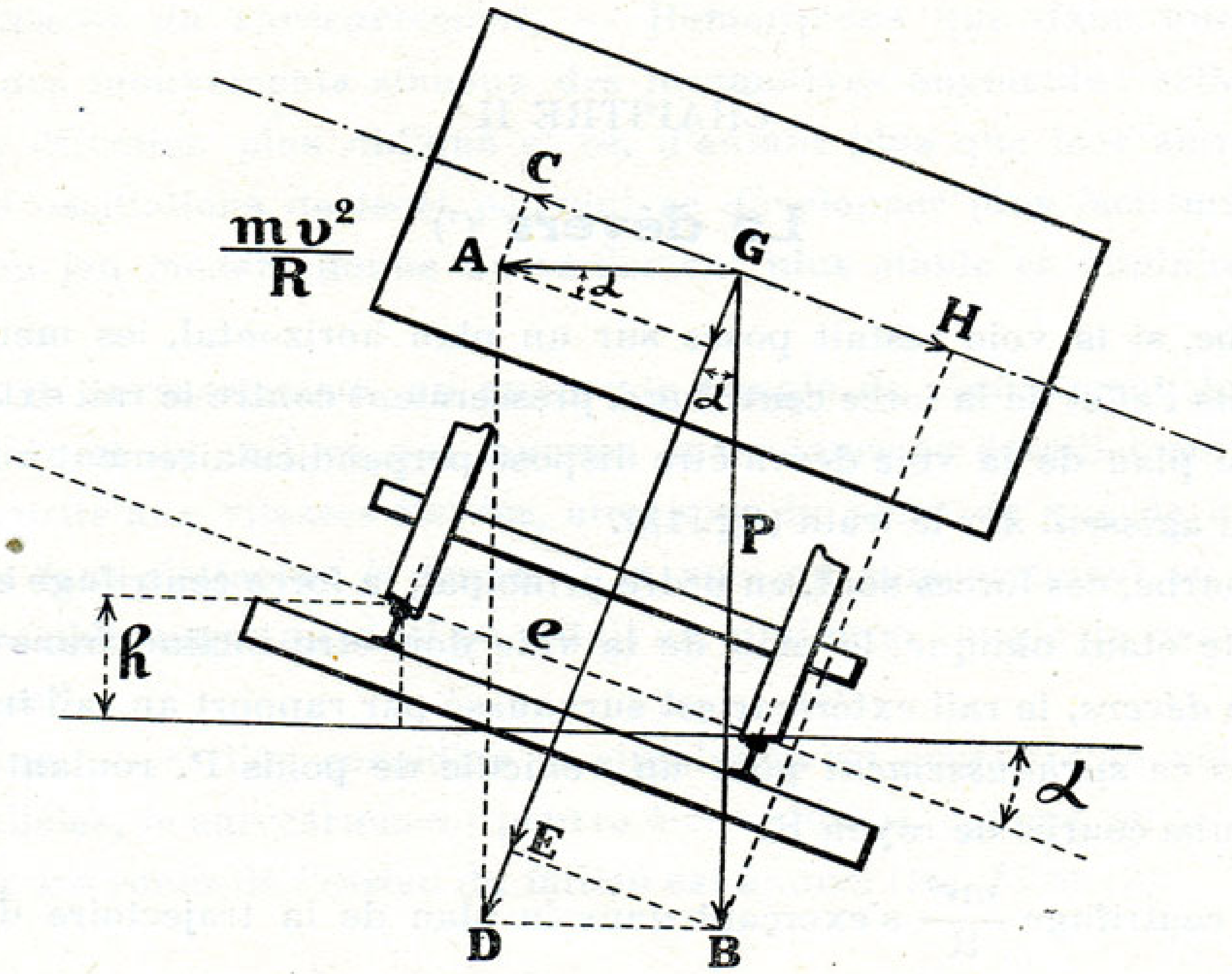

Fig. 13

Le rejet vers le rail extérieur sera empêché si :

$$\frac{mv^2 \cos \alpha}{R} \leqslant P \sin \alpha + f\left(P \cos \alpha + \frac{mv^2}{R} \sin \alpha\right).$$

L'angle α étant très petit (6° au maximum) (1), on peut prendre $\cos \alpha = 1$. D'autre part, il faut envisager le cas le plus défavorable qui correspond à l'hypothèse où les

(1) Si $h = 15$ cm (maximum du surhaussement), comme $e = 1{,}500$ m, on aura :

$$\operatorname{tg} \alpha = \text{sensiblement } \sin \alpha = \frac{h}{e} = \frac{1}{10},$$

d'où

$$\alpha = 6^\circ$$

et

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{100}}.$$

roues étant accidentellement déchargées, le frottement disparaît. Dans ces conditions, la condition d'équilibre se réduit à :

$$\frac{mv^2}{R} = P \sin \alpha.$$

Comme $$P = mg \quad \text{et} \quad \sin \alpha = \frac{h}{e},$$

on a : $$\frac{mv^2}{R} = \frac{mgh}{e}$$

d'où : $$h = \frac{ev^2}{gR}.$$

Mais, en exploitation de chemin de fer, on exprime d'ordinaire la vitesse, non pas en mètres par seconde, mais en kilomètres à l'heure ; on a :

$$v^{\mathrm{m/sec}} = \frac{V^{\mathrm{km/h}}}{3{,}6}.$$

Dès lors $$h = \frac{eV^{2\,\mathrm{km/h}}}{3{,}6^2\, gR}$$

et puisque $e = 1{,}500$ m, $g = 9{,}81$ m/sec², il vient :

$$h^{\text{mètres}} = \frac{1{,}5\, V^{2\,\mathrm{km/h}}}{3{,}6^2 \times 9{,}81 \times R^m} = 0{,}0118 \text{ m } \frac{V^{2\,\mathrm{km/h}}}{R^m}$$

ou $$h^{\mathrm{mm}} = 11{,}8 \frac{V^{2\,\mathrm{km/h}}}{R^m}. \qquad (1)$$

Le surhaussement est donc proportionnel au carré de la vitesse et inversement proportionnel au rayon de la courbe.

Exemple : Si R = 500 m et V = 50 km/h seulement,

$$h^{\mathrm{mm}} = 11{,}8 \frac{2500}{500} = 59 \text{ mm.}$$

L'expérience a montré que l'on peut, sans danger pour la sécurité, rouler à de grandes vitesses dans des courbes de faible rayon établies sans dévers aucun. Aussi, la nécessité du dévers se justifie-t-elle bien plus :

1°) pour éviter les chocs qui, sans lui, se produiraient à l'entrée ou à la sortie des courbes, chocs sensibles pour la voie et pour le matériel et désagréables pour les voyageurs. Nous verrons plus loin que le dévers doit être établi progressivement le long d'une courbe de raccordement ;

2°) pour empêcher le ripage de la voie et la tendance au renversement du rail extérieur sous la pression continue de la force centrifuge ;

3°) pour obtenir une usure à peu près uniforme des deux files de rails.

Sans dévers, les mentonnets des bandages des roues extérieures presseraient constamment sur le rail extérieur provoquant une usure plus rapide de celui-ci et son remplacement longtemps avant celui du rail intérieur.

On peut réaliser le surhaussement,

soit en élevant la file extérieure de la quantité h,

soit en abaissant la file intérieure de la même quantité,

soit encore en élevant l'une et en abaissant l'autre de $\frac{h}{2}$ de manière que le niveau de l'axe de la voie ne varie pas en hauteur.

Cette dernière façon de procéder est pratiquée en France par la région *Nord* et par les chemins de fer fédéraux suisses. Le plus souvent, comme c'est le cas à la *S. N. C. B.*, on surhausse de h le rail extérieur *pour ne pas réduire l'épaisseur de la couche de ballast au droit du rail intérieur*. Cette méthode fait cependant monter l'axe de la voie de $\frac{h}{2}$ et partant introduit dans la voie une rampe à l'origine de la courbe et une pente à son extrémité.

La formule (1) montre que le dévers dépend du carré de la vitesse. Le choix du taux de la vitesse à introduire dans le calcul est donc très important. Or, une même ligne est parcourue par des trains de vitesses très différentes.

Si l'on choisit la vitesse minimum, les trains à vitesse maximum ne trouvant pas un surhaussement suffisant seront projetés vers le rail extérieur. Si, d'autre part, on choisit la vitesse maximum, les trains à faible vitesse seront reportés sur le rail intérieur. A moins d'avoir affaire à une ligne sur laquelle ne circulent que des trains de même vitesse, p. ex. une ligne à voyageurs indépendante (ligne électrique de Bruxelles-Anvers aussi longtemps que les trains omnibus circulaient encore sur la « voie lente »), il est impossible de trouver au problème une solution absolument rigoureuse. C'est pourquoi certains réseaux abandonnent la formule théorique et adoptent pour la détermination du surhaussement des formules du type :

$$h^{\mathrm{mm}} = a \cdot \frac{V^{\mathrm{km/h}}}{R^{m}}$$

dans laquelle la vitesse V est à la première puissance.

Jusqu'en 1948, la *S. N. C. B.* a appliqué une formule de ce type, dans laquelle la constante a était égale à 825 pour les vitesses *supérieures* à 70 km/h [1].

---

[1] La constante $a = 825$, adoptée par la S. N. C. B., se déduit des considérations suivantes :

si $V \leqslant 70$ km/h, on applique la formule théorique $h^{\mathrm{mm}} = 11{,}8\,\frac{V^2}{R}$.

Mais si la vitesse V' est supérieure à 70 km/h, les surhaussements ne sont plus *augmentés* que proportionnellement à la vitesse et non plus au carré de celle-ci. Ainsi, pour des courbes parcourues à 80 km/h, le surhaussement *pratique* sera égal aux 80/70 du surhaussement *théorique* donné par la formule (1) pour une vitesse de 70 km/h. D'une manière générale, on a alors :

$$h = 11{,}8\,\frac{\overline{70}^2}{R} \times \frac{V'}{70} = 11{,}8 \times 70\,\frac{V'}{R} = 825\,\frac{V'}{R}.$$

Exemple : Si R = 800 m et V = 90 km/h, $h = 825 \times \frac{90}{800} = 93$ mm.

Pour les vitesses égales ou inférieures à 70 km/h, la *S. N. C. B.* reprenait la formule théorique $h\,\text{mm} = 11{,}8\,\frac{V^{2\,\text{km/h}}}{R^m}$.

Depuis 1948, à la *S. N. C. B.*, la détermination pratique du surhaussement s'inspire des règles suivantes :

1°) Pour les lignes sur lesquelles circulent *des trains de voyageurs rapides et nombreux,* l'on considère que la question du *confort* des voyageurs est primordiale, le surhaussement est calculé en fonction de la vitesse atteinte réellement par les trains *les plus rapides* circulant dans la courbe considérée.

2°) *Pour les autres lignes*, l'on se préoccupe avant tout d'obtenir *une usure égale des deux files de rails.* Le calcul du surhaussement est alors basé sur *la vitesse moyenne.* Celle-ci s'établit d'après la formule :

$$V_m = \sqrt{\frac{t_1 V_1^2 + t_2 V_2^2 + t_3 V_3^2 + \cdots}{t_1 + t_2 + t_3 + \cdots}} \qquad (1)$$

dans laquelle

t_1 est le tonnage des trains parcourant la courbe à la vitesse $V_1^{\text{km/h}}$,

t_2 » » » » $V_2^{\text{km/h}}$, etc.

Ces deux principes posés, l'on tient compte des réserves ci-après :

a) Les surhaussements ne peuvent descendre au-dessous des *minima* suivants calculés en fonction de la *vitesse maximum* ($V_{\max}$) autorisée dans la courbe considérée :

1°) si la courbe est pourvue de *raccords paraboliques* (voir chapitre III), il faut :

$$h^{\text{mm}} \geqslant \frac{11{,}8\, V^{2\,\text{km/h}}_{\max}}{R^m} - 90, \qquad (2)$$

2°) si la courbe n'est *pas* pourvue de raccords paraboliques, il faut :

$$h^{\text{mm}} \geqslant \frac{11{,}8\, V^{2\,\text{km/h}}_{\max}}{R^m} - 67. \qquad (3)$$

b) Si le surhaussement *calculé* est supérieur au maximum autorisé ou dépasse le surhaussement qu'il est *pratiquement* possible de réaliser, le surhaussement peut-être réduit sous réserve qu'il satisfasse aux conditions imposées sous le § *a* ci-dessus.

c) Pour éviter l'écrasement du rail intérieur, il convient de limiter le surhaussement en fonction de la vitesse $V_{\min}$ des trains *les plus lents* circulant dans la courbe envisagée :

$$h^{\text{mm}} = \frac{11{,}8\, V^{2\,\text{km/h}}_{\min}}{R^m} + 90. \qquad (4)$$

d) Lorsque le tracé de la courbe comporte des tronçons consécutifs qui, considérés isolément, auraient des surhaussements différents (courbes de rayons différents, appareils spéciaux, passages à niveau, etc.), l'on doit s'efforcer de maintenir *le même dévers* dans toute l'étendue de la courbe, tout en tenant compte des limites imposées.

3°) *Cas de dévers différent dans les deux voies d'une ligne à double voie.* — Si les vitesses sont différentes sur les deux voies, par exemple, dans le cas de courbes en déclivité, les dévers à donner aux deux voies peuvent naturellement être aussi différents. Il faudra évidemment alors avoir égard aux gabarits des véhicules admis en trafic international, et tenir compte des inclinaisons transversales différentes que prennent les véhicules sur chacune de ces voies.

4°) *Voies accessoires.* — Dans les voies des gares, *parcourues à la vitesse maximum de 40 km/h*, on ne donne pas de dévers afin d'éviter que les rampes de raccord n'absorbent la presque totalité du développement des courbes.

* * *

En *France* [1], le surhaussement donné à la voie est relié au rayon de courbure R par la formule :

$$h = \frac{C}{R} \tag{1}$$

dans laquelle C est *le coefficient de dévers*. Celui-ci est défini en tenant compte, pour chaque portion de ligne, des vitesses qui y sont pratiquées. Cependant, pour ces vitesses, on emploie exclusivement des *nombres multiples de 15*.

La formule française (1) dérive de la formule théorique (2) qui supprimerait les efforts transversaux sur le rail extérieur :

$$h_{th}^{m} = \frac{0{,}0118\ V^{2\,\mathrm{km/h}}}{R^{m}} \tag{2}$$

mais, comme les vitesses pratiquées sur une même courbe sont très différentes les unes des autres, le numérateur de la fraction (2) prend des valeurs très diverses entre lesquelles on doit choisir *une valeur moyenne*, pour que le dévers n'occasionne pas une surcharge trop grande sur le rail bas. A la *S. N. C. F.*, considérant que le dévers part de zéro pour une vitesse faible pour prendre sa plus grande valeur quand la vitesse atteint la plus grande vitesse pratiquée, l'on estime qu'il y a intérêt à prendre un coefficient de dévers C (formule 1) un peu supérieur à la moitié de la quantité $0{,}0118\ V^2$ calculée pour la plus grande vitesse effective. C'est pourquoi, *on prend environ les 7/10 si les vitesses sont de taux assez rapprochés les uns des autres*, un peu moins si la vitesse maximum s'écarte beaucoup des taux les plus généralement pratiqués.

---

[1] Notice technique V. B. 76 des 25 avril 1944 et 1 octobre 1946.

La formule (1) est appliquée pour les courbes circulaires, mais aussi pour les courbes dont le rayon de courbure est sans cesse variable, et notamment pour les raccordements de tracé. En effet, si la proportionnalité du dévers réel au rayon de courbure n'était pas respectée, on s'exposerait à voir les véhicules rejetés successivement d'un rail à l'autre à certaines vitesses.

Dévers réduit.

Cependant, en France, dans deux cas spéciaux, on fait fléchir les règles ci-dessus et l'on adopte un dévers réduit.

1°) Dans le cas où, d'une part, l'application de la formule (1) donne un dévers très élevé mais que, d'autre part, pour des raisons topographiques, il est impossible d'allonger suffisamment le raccordement qui précède ou qui suit la courbe, il n'y a que deux solutions possibles :

ou bien adopter un dévers croissant ou décroissant trop vite c.-à-d. une rampe de raccordement trop raide,

ou bien se contenter d'un dévers réduit. C'est cette dernière solution que l'on adopte de préférence à la première.

Mais alors, l'insuffisance de dévers ($d_{\text{théor.}} - d_{\text{réel}}$) qui existe pour la vitesse maximum peut conduire à des limitations locales de vitesse, ce qui constitue une gêne pour l'exploitation.

2°) On agira de la même manière dans le cas d'un rayon de courbure trop petit car alors l'application de la formule (1) conduit à un dévers exagéré pour la bonne tenue de la voie.

*
* *

Le plus généralement, les rails sont, en alignement droit, posés avec une inclinaison de $\frac{1}{20}$ vers l'intérieur de la voie. Le dévers a pour effet de redresser le rail intérieur et comme la jauge de la voie est de 1,500 m, le rail *intérieur* devient vertical quand le surhaussement atteint 75 mm. En effet, si $\frac{h}{e} = \frac{1}{20}$, on a $h = \frac{e}{20} = \frac{1500\text{ mm}}{20} = 75\text{ mm}$.

Au delà de ce taux, le rail intérieur s'incline vers l'extérieur de la voie. Il convient, dès lors, de ne pas dépasser une certaine limite que l'on fixe ordinairement au $\frac{1}{10}$ de la jauge, soit à 150 mm.

Cependant, les chemins de fer polonais limitent ce maximum à 130 mm, les hollandais et les suédois à 120 mm, les hongrois à 110 mm.

Par contre, les réseaux allemands appliquent exceptionnellement des surhaussements de 160 mm.

On ne pratique le surhaussement de 160 mm que dans les endroits de la pleine voie où les trains ne sont pas normalement appelés à s'arrêter. Pour des trains arrêtés, en effet, 120 mm de surhaussement suffisent pour que le dévers présente déjà des inconvénients marqués; ainsi, du côté convexe de la courbe, l'ouverture des portières devient difficile alors que, du côté concave, l'huile de graissage peut s'écouler des sous-boîtes des boîtes à huile ordinaires. Enfin, par suite de l'inclinaison du plancher et des marchepieds, la descente des voyageurs du côté concave peut présenter certains dangers, surtout en hiver.

La *S. N. C. F.* prévoit, en général, un maximum de 180 mm.

Notons encore que le chemin de fer de Madrid à Saragosse, à voie large de 1,674 m, admet un surhaussement de 250 mm dans des courbes de rayon inférieur à 300 mètres.

Par ailleurs, il est désirable que le surhaussement soit tel que les deux files de rails de la voie s'usent également. Il ne faut pas que l'une des files soit polie latéralement par le frottement des mentonnets des roues, tandis que l'autre file reste rouillée. Cette considération n'est cependant pas toujours déterminante pour les raisons exposées plus loin et relatives à la sécurité et au confort.

Le surhaussement doit être l'objet d'une attention particulière, parce qu'il se maintient difficilement, en particulier sur remblai nouveau.

L'expérience prouve que le dévers augmente par le fait de l'exploitation. Cela est dû à ce que des trains lourds, roulant à une vitesse inférieure à celle qui a servi au calcul, tendent à glisser vers la file intérieure des rails. La chose ne présente que peu d'inconvénients, un léger excès de dévers ne pouvant nuire.

Vitesse des trains dans les courbes. — Partant d'un dévers maximum $h = 150$ mm par exemple, on peut déduire la vitesse maximum à admettre dans une courbe de rayon R pour que le rail ne subisse aucun effort transversal du chef de la force centrifuge.

On doit avoir, d'après la formule (1) page 11 :

$$h^{\mathrm{mm}} = 150 \text{ mm} = 11{,}8 \frac{V^{2\,\mathrm{km/h}}}{R^{m}}$$

$$V^{2\,\mathrm{km/h}} = \frac{150^{m} \times R^{m}}{11{,}8} = 12{,}7\ R^{m}.$$

Exemple : Si R = 300 m $\qquad V^{\mathrm{km/h}} = \sqrt{12{,}7\ R^{m}}$

$$V^{\mathrm{km/h}} = \sqrt{12{,}7 \times 300} = 62 \text{ km/h}.$$

D'autre part, compte tenu de la limitation du surhaussement à 150 mm, il faut, pour autoriser les vitesses élevées de ± 140 km/h actuellement pratiquées, adopter des rayons très grands pour les courbes. Pour autoriser 160 km/h, il faudrait en effet :

$$R^{m} = 11{,}8 \frac{V^{2\,\mathrm{km/h}}}{h^{\mathrm{mm}}} = 11{,}8 \cdot \frac{\overline{160}^{2}}{150} = 2.138 \text{ m}.$$

A la *S. N. C. B.*, dans les courbes, la vitesse maximum autorisée se déduit des formules (2) et (3).

Elle a donc comme valeur :

1°) Si la courbe est pourvue de raccords paraboliques :

$$V_{max} = \sqrt{\frac{R\,(h + 90)}{11{,}78}} \qquad \text{d'où} \qquad V_{max} = \sqrt{(0{,}085\,h + 7{,}65)\,R}. \qquad (5)$$

2°) Si la courbe n'est *pas* pourvue de raccords paraboliques :

$$V_{max} = \sqrt{\frac{R\,(h + 67)}{11{,}78}} \qquad \text{d'où} \qquad V_{max} = \sqrt{(0{,}085\,h + 5{,}68)\,R}. \qquad (6)$$

3°) Si deux courbes *en sens inverse* de rayons R_1 et R_2 (fig. 14), se succèdent *sans* raccord parabolique, — par suite de l'insuffisance de longueur de l'alignement intermédiaire —, la vitesse doit être calculée par la formule (6) dans laquelle :

$$h = 0 \qquad \text{et} \qquad R = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}.$$

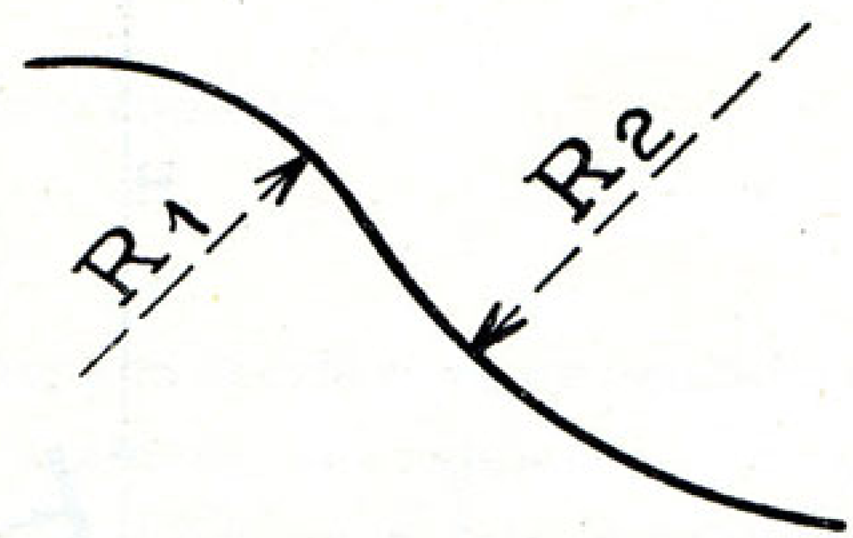

Fig. 14

En effet, un essieu abordant une courbe circulaire tangente à un alignement droit, est subitement dévié sous l'effet d'une force *centripète* proportionnelle à l'accélération $\frac{V^2}{R}$. Cette poussée transversale prend naissance immédiatement avec toute son intensité.

Dans le cas de deux courbes en sens inverse de rayons R_1 et R_2 et qui sont tangentes entre elles sans interposition d'aucun alignement droit, ni de raccord parabolique, la poussée transversale, due à la première courbe change de sens au point d'inflexion et cela brusquement. Dès lors, la poussée transversale est proportionnelle à

$$\frac{V^2}{R_1} + \frac{V^2}{R_2} \quad \text{c.-à-d. à} \quad V^2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = V^2\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right),$$

ce qui veut dire que dans l'expression $\frac{V^2}{R}$ de l'accélération, R est égal à $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

* * *

Excédent de la force centrifuge non neutralisée. — Nous avons vu dans les pages précédentes que l'on s'écartait parfois de la formule théorique $h^{mm} = 11{,}8\,\frac{V^{2\,km/h}}{R^m}$ pour le calcul du surhaussement ; qu'en advient-il alors de la sécurité et du confort ?

En réalité, le surhaussement doit être examiné du point de vue :

1°) de la sécurité du service (stabilité des véhicules sur la voie) ;

2°) de la douceur du roulement (confort des voyageurs) ;

3°) de l'usure des rails, en hauteur et en largeur, mais surtout en hauteur.

1. — Condition de sécurité.

Les véhicules ne peuvent se renverser vers l'extérieur sous l'effet de la force centrifuge. Il n'y a pas lieu d'envisager ici les voitures, en raison de la position basse de leur centre de gravité. Autre chose est des locomotives dont le centre de gravité se trouve souvent à plus de 2 mètres au-dessus du rail.

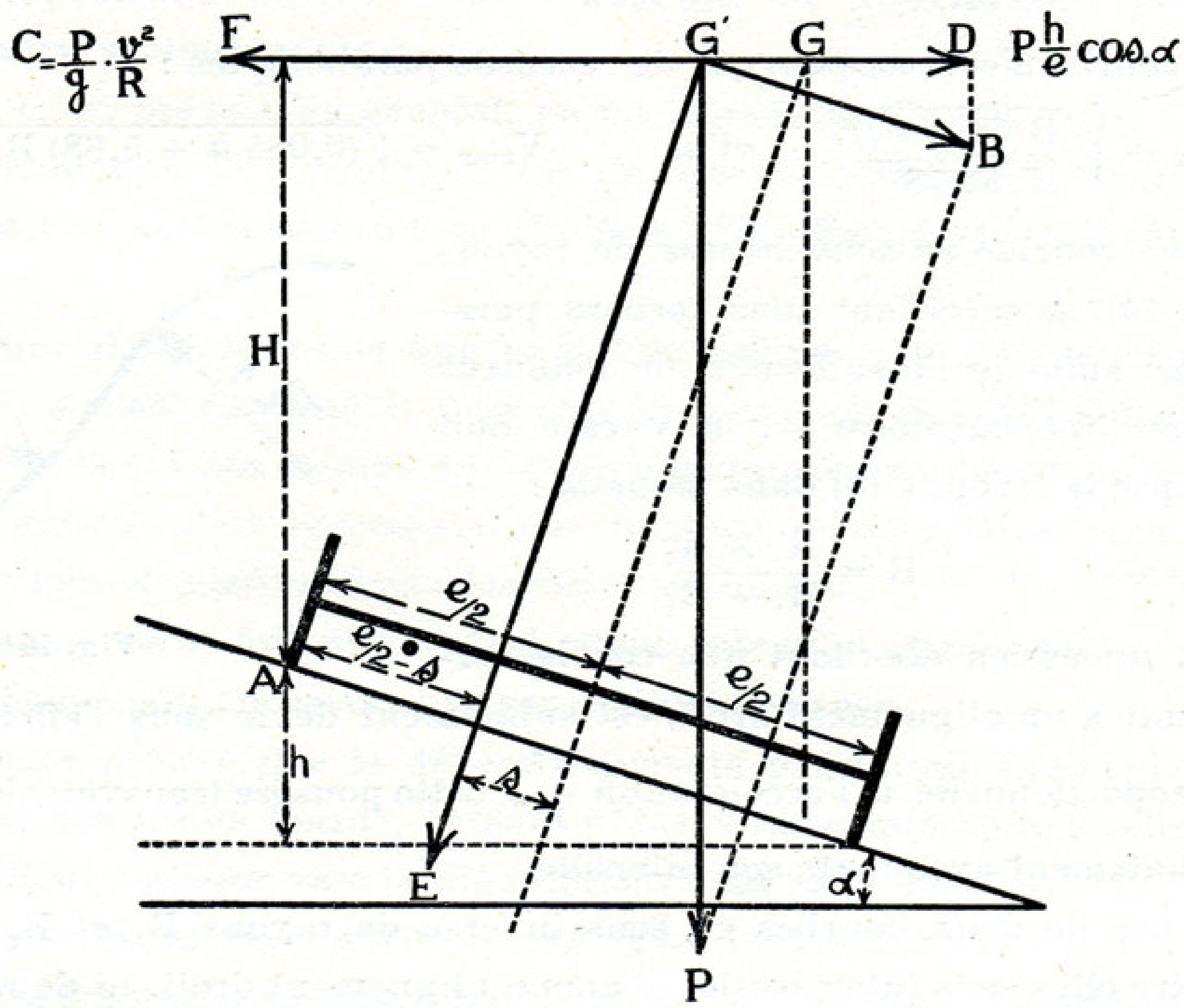

Fig. 15

Pour le calcul de la stabilité, nous tiendrons compte de ce que, par suite de la flexion des ressorts, le centre de gravité de la locomotive peut subir un déplacement latéral $GG' = s$ (fig. 15) que l'expérience permet d'estimer à $\pm$ 10 centimètres. Lorsque ce déplacement s'exerce dans le même sens que la force centrifuge, il est défavorable à la stabilité.

La force centrifuge $\quad C = G'F = \frac{P}{g} \cdot \frac{v^2}{R}$

est combattue au centre de gravité G′ de toute la locomotive par la composante horizontale G′D de l'effort transversal G′B de la charge P sur les essieux. La composante G′E, normale à la voie, est équilibrée par la réaction de la voie.

Nous négligeons l'effet de la composante DB eu égard à la faible valeur de l'angle α :

$$G'D = G'B \cos \alpha = P \sin \alpha \cdot \cos \alpha = P \cdot \frac{h}{e} \cdot \cos \alpha.$$

L'angle α étant très petit ($\alpha = 6°$ pour $h = 150$ mm), on peut poser $\cos \alpha = 1$ d'où $G'D = P \cdot \frac{h}{e}$.

Dès lors, l'effort appliqué en G' est l'*excédent C' de la force centrifuge*, celui-ci se traduit sur le rail extérieur par une poussée horizontale C' s'exerçant dans le plan horizontal : $C' = G'F - G'D$, d'où :

$$C' = \frac{P}{g} \cdot \frac{v^2}{R} - P \cdot \frac{h}{e} = P\left(\frac{V^2}{9{,}81 \times \overline{3{,}6}^2 \cdot R} - \frac{h}{e}\right)$$

$$C' = P\left(\frac{V^2}{127\,R} - \frac{h}{e}\right). \qquad (1)$$

Pour un degré de sécurité donné n, on a l'équation d'équilibre :

$$n \cdot C' \cdot H = G'E\left(\frac{e}{2} - s\right)$$

c'est-à-dire que pour que le renversement ne se produise pas et cela avec un coefficient de sécurité n contre ce renversement, *il faut* que le moment, par rapport à A de la 2ᵉ composante G'E de P, qui s'oppose au renversement, soit égal à n fois le moment de la force centrifuge non neutralisée C' qui tend à produire ce renversement. Puisque $G'E = P \cos \alpha$ et que nous admettons $\cos \alpha = 1$, il vient :

$$n \cdot C' \cdot H = P\left(\frac{e}{2} - s\right)$$

d'où :

$$n = \frac{P\left(\frac{e}{2} - s\right)}{C' \cdot H} = \frac{P\left(\frac{e}{2} - s\right)}{P\left(\frac{V^2}{127\,R} - \frac{h}{e}\right) \cdot H}.$$

Si $e = 1{,}50$ m, on a, tous calculs faits :

$$n = \frac{127\,(0{,}75 - s)\,R}{H\,(V^2 - 85\,h \cdot R)}. \qquad (2)$$

Quel degré de sécurité convient-il d'exiger ?

La Reichsbahn estime qu'il faut prendre un coefficient de sécurité au renversement au moins égal à 5 pour tenir compte des irrégularités de courbure des rails qui donnent à la force centrifuge des variations brusques.

Au moyen de la formule (2), les chemins de fer allemands ont notamment vérifié que leurs locomotives à grande vitesse offraient un coefficient de stabilité n compris entre 8,5 et 10,1 pour une vitesse de 65 km/h, un surhaussement de 100 mm, une flèche de ressorts de 5 cm et un rayon de 310 mètres.

Une rupture de ressort ne diminue pas les valeurs de n ; l'introduction de s dans la formule tient compte de cette éventualité.

Exemple : Si nous reprenons la formule (2) avec :

$$H = 2{,}100 \text{ m} \qquad s = 0{,}110 \text{ m} \qquad e = 1{,}500 \text{ m},$$

nous aurons
$$n = \frac{127\,(0{,}75 - 0{,}11)\,R}{2{,}10\,(V^2 - 85\,hR)}$$

d'où
$$h^{m} = \frac{V^2}{85\,R} - \frac{81{,}3}{178{,}5\,n}.$$

Si nous exprimons h en mm, il vient :

$$h^{mm} = \frac{1000\,V^2}{85\,R} - \frac{81300}{178{,}5\,n}$$

$$h^{mm} = 11{,}8\,\frac{V^2}{R} - \frac{455}{n}.$$

Enfin, si nous prenons $n = 5$, nous trouvons :

$$h^{mm} = 11{,}8\,\frac{V^2}{R} - 90 \qquad (3)$$

qui est la formule allemande donnant le surhaussement *minimum* qui assure encore une stabilité suffisante de la locomotive, c.-à-d. qui sauvegarde encore la sécurité du service. En d'autres termes, l'on peut sans danger pour la sécurité réduire de 90 mm le dévers théorique calculé pour la vitesse maximum, dévers théorique qui annule complètement la force centrifuge.

Remarquons que si nous posons que l'excédent C′ de la force centrifuge non neutralisée ne peut exercer sur le rail extérieur une poussée transversale supérieure à *60 kg par tonne de poids des trains*, la formule (1), page 19, donne

avec P = 1 tonne et $e = 1.500$ mm

$$0{,}060\,t = \frac{V^{2\,km/h}}{127\,R^{m}} - \frac{h^{mm}}{1.500\text{ mm}}$$

d'où
$$0{,}060 \times 1.500 = \frac{1.500\,V^2}{127\,R} - h$$

et
$$h = 11{,}78\,\frac{V^2}{R} - 90$$

ce qui est la formule allemande (3) obtenue plus haut en prenant un coefficient de sécurité $n = 5$.

A propos de la poussée transversale sur le rail extérieur, certains auteurs écrivent qu'un excédent C′ de *force* centrifuge non équilibrée par le dévers correspond à une *accélération* centrifuge *10* fois plus grande (étant entendu que c'est cette force centrifuge, exprimée en tonnes, qui, multipliée par *10*, donne la valeur de l'accélération centrifuge en mètres/sec²). Cette définition n'est exacte que pour autant que l'on remplace l'accélération due à la pesanteur $g = 9{,}81$ m/sec² par $g = 10$ m/sec², en effet :

$$C' = m \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{P}{g} \cdot \frac{v^2}{R}.$$

Si $P = 1\ t$, on a :

$$C' = \frac{1}{g} \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{v^2}{9{,}81 \times R}$$

d'où
$$\frac{v^2}{R} = 9{,}81\ C'$$

ou approximativement
$$\frac{v^2}{R} = 10 \cdot C'$$

dès lors, la poussée C' de 60 kg par tonne dont question ci-dessus correspond à une accélération centrifuge de $10 \cdot C' = 10 \times 0{,}060\ t = 0{,}60$ m/sec².

Une poussée de 100 kg correspondrait à une accélération de $10 \times 0{,}100\ t = 1$ m/sec².

Remarque. — Si dans la formule (1), page 19, exprimant l'excédent de la force centrifuge non neutralisé par le surhaussement

$$C' = P\left(\frac{V^2}{127\ R} - \frac{h}{e}\right)$$

nous faisons $P = 1$ tonne et $h = 1$ mm, nous voyons que chaque mm de surhaussement réduit l'excédent de force centrifuge C' d'une quantité $\frac{h^{mm}}{e^{mm}} = \frac{1}{1500}$ par tonne de poids.

Dès lors, *chaque fois que l'on augmente le surhaussement de 1,5 mm, on compense 1 kg d'excédent de force centrifuge par tonne de poids* :

$$\frac{h}{e} = \frac{1{,}5\ \text{mm}}{1500\ \text{mm}} = 0{,}001\ t.$$

2. — Douceur de roulement.

L'action de la force centrifuge est complètement équilibrée si l'on détermine le surhaussement à l'aide de la formule

$$h^{m}_{max} = \frac{e}{g} \cdot \frac{v^2}{R} \qquad \text{(page 11)}$$

ou
$$h^{m}_{max} = \frac{e^{m}}{g} \cdot a^{m/sec^2}_{totale}$$

d'où
$$a^{m/sec^2}_{totale} = h^{m}_{max} \times \frac{g}{e^{m}} \qquad (4)$$

dans laquelle $a = \frac{v^{2\,m/sec}}{R^{m}}$ est l'accélération normale à la courbe, exprimée en m/sec², h et e étant exprimés en mètres.

On a (équation 4) :

$$a_{\max}^{\mathrm{m/sec^2}} = h_{\max}^{\mathrm{m}} \cdot \frac{9{,}81\ \mathrm{m/sec^2}}{1{,}500\ \mathrm{m}} = 6{,}54\ h_{\max}^{\mathrm{m}} \tag{5}$$

et si nous exprimons h en mm au lieu de mètres,

$$a_{\max}^{\mathrm{m/sec^2}} = \frac{6{,}54\ h_{\max}^{\mathrm{mm}}}{1000} = \frac{h_{\max}^{\mathrm{mm}}}{153} \tag{6}$$

ou encore
$$h_{\max}^{\mathrm{mm}} = 153\ a_{\max}^{\mathrm{m/sec^2}}. \tag{7}$$

Dans ces conditions, l'accélération normale à la courbe est neutralisée complètement.

On voit qu'un surhaussement quelconque h mm, au lieu du surhaussement maximum, neutralise une accélération normale a en mètres/sec² égale à :

$$a^{\mathrm{m/sec^2}} = \frac{h_{\text{réel}}^{\mathrm{mm}}}{153}.$$

Lorsque la vitesse atteint son maximum admissible, le surhaussement réel h est généralement plus petit que $h_{\max}^{\mathrm{mm}}$ (théorique) $= 11{,}8 \frac{V^2}{R}$,

et l'accélération *active non neutralisée* a' est égale à :

$$a' = a_{\max} - a_{\text{réelle}} = \frac{h_{\max}^{\mathrm{mm}}}{153} - \frac{h_{\text{réel}}^{\mathrm{mm}}}{153}.$$

L'expérience montre que pour obtenir un roulement sans chocs exagérés, a' doit être au plus égale à 0,40 mètre/sec² (¹).

(¹) D'aucuns s'appuient sur les essais de freinage pour en déduire la valeur considérée comme admissible pour l'excédent C′ de la force centrifuge non équilibré par le surhaussement.

Pour le voyageur, la sensation est sensiblement la même qu'il soit déporté latéralement par la force centrifuge due à une courbe ou qu'il soit déporté dans le sens de la marche du train lors d'un freinage ou dans le sens inverse lors d'un démarrage.

Or, des démarrages ou des freinages donnant des accélérations ou décélérations de 0,60 m/sec² ne sont ressentis que légèrement par le voyageur assis. Celui-ci supporte même très bien ceux qui donnent 1 m/sec².

Dès lors, une accélération de 0,40 m/sec², due à un excédent de force centrifuge non équilibré par le dévers est certainement très admissible.

Ajoutons qu'en matière d'accélération, ce n'est pas tant l'accélération elle-même $\left(\frac{dv}{dt}\ \text{en m/sec}^2\right)$ qu'il faut considérer, mais bien les *variations* $\left(\frac{d^2v}{dt^2}\ \text{en m/sec}^3\right)$ de cette accélération, variations qui sont d'autant plus sensibles pour les voyageurs qu'elles s'exercent en un temps plus court.

Pour qu'un véhicule capable de produire une grande accélération au démarrage reste confortable, ce qu'il faut, c'est que l'effort accélérateur se développe *progressivement* et que les *variations* de l'accélération restent suffisamment petites.

Dès lors, il faut que

$$\frac{h^{mm}_{max}}{153} - \frac{h^{mm}_{réel}}{153} \leqslant 0{,}40 \text{ m/sec}^2$$

d'où

$$h^{mm}_{réel} \geqslant h^{mm}_{max} - 61$$

ce qui justifie la formule allemande donnant h minimum *nécessaire pour la douceur du roulement*

$$h^{mm}_{réel} \geqslant h^{mm}_{max} - 60. \tag{8}$$

Donc, *eu égard à la douceur de roulement,* la valeur minimum de h sera égale à

$$h^{mm}_{max} = 11{,}8\,\frac{V^2}{R} - 60,$$

c'est-à-dire qu'un surhaussement inférieur de 60 mm au surhaussement théorique calculé pour la vitesse maximum, assure encore la douceur de roulement, autrement dit, le confort des voyageurs.

En résumé :

a) d'après la formule théorique $h^{mm}_{max} = 11{,}8\,\dfrac{V^2}{R}$,

b) d'après la *douceur du roulement* $h^{mm} = 11{,}8\,\dfrac{V^2}{R} - 60$,

c) d'après la *sécurité* $h^{mm}_{max} = 11{,}8\,\dfrac{V^2}{R} - 90$.

Le cas des voitures motrices de tramways est typique ; les *variations* de l'accélération qui se produisent au démarrage au passage des crans du « controller » sont très désagréables quand elles dépassent 0,60 m/sec^3. Étant imprévisibles et pratiquement instantanées, elles sont beaucoup trop rapides pour pouvoir être suivies par les réflexes des voyageurs debout.

C'est pourquoi dans les voitures motrices modernes de tramways, qui réalisent au démarrage des accélérations voisines de 2,30 m/sec^2 correspondant sensiblement à l'effort permis par l'adhérence (voir tome IV, page 141), on emploie des « controllers » qui présentent *un nombre de crans supérieur* à celui « des controllers » du type habituel de manière que lorsque l'on passe d'un cran au cran suivant les *variations* de l'accélération soient suffisamment petites.

* * *

Lorsqu'un véhicule passe d'un alignement droit à une courbe de rayon R *par l'intermédiaire d'un raccordement parabolique* de longueur l, l'accélération centrifuge varie de 0 à $\left(\dfrac{v^2}{R^m}\right)^{m/sec^2}$.

Pour parcourir le raccordement de longueur l^m, le véhicule met $\dfrac{l}{v}$ secondes.

La « variation » de l'accélération centrifuge en une seconde est donc égale à :

$$\varphi = \frac{\frac{v^2}{R}}{\frac{l}{v}} = \frac{v^{3\,m/sec}}{R^m\, l^m} \quad \text{ou} \quad \varphi = \frac{V^{3\,km/h}}{46{,}7\, R^m\, l^m}.$$

Il faut, dans ces limites, prendre le surhaussement le plus grand possible. Celui-ci devra toujours être suffisant pour que la sécurité soit satisfaite. En outre, plus on augmentera le surhaussement et mieux on satisfera aux désiderata relatifs au confort et à l'usure.

* * *

Quant à la *vitesse admise*

d'après b : $V_{max}^{km/h} = \sqrt{\frac{h^{mm} + 60}{11,8} R^m}$ d'après c : $V_{max}^{km/h} = \sqrt{\frac{h^{mm} + 90}{11,8} R^m}$.

* * *

3. — Usure des rails.

Selon leur expérience, les Allemands estiment que si le surhaussement est déterminé par la formule

$$h^{mm} = 8 \cdot \frac{V^{2\,km/h}}{R^m} \qquad (9)$$

il réalise non seulement :

— la sauvegarde de la sécurité pour les locomotives à centre de gravité élevé,

— la stabilité d'allure (douceur du roulement),

— mais encore la diminution de l'usure latérale du rail extérieur.

Dévers dans les passages à niveau.

En Belgique, en suite d'un accord avec le Ministère des Travaux publics, le surhaussement dans les passages à niveau ne doit pas dépasser 100 mm pour ne pas soumettre les véhicules automobiles à des secousses trop violentes.

Cette limitation du surhaussement peut entraîner une limitation de la vitesse des trains et, partant, une gêne dans l'exploitation.

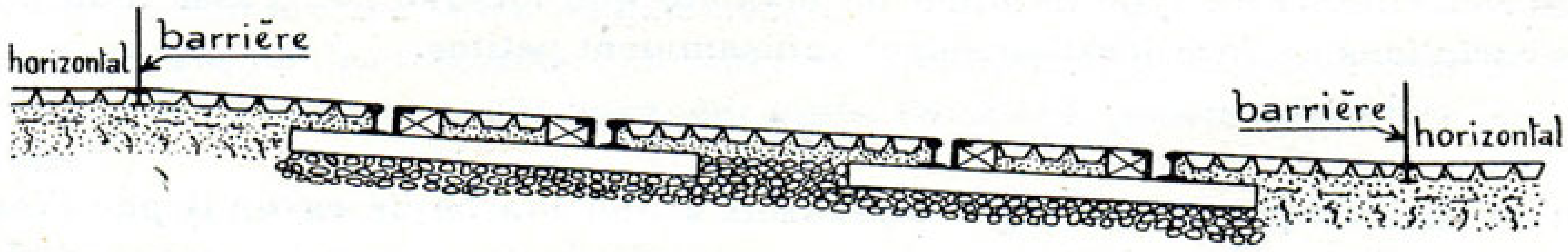

Fig. 16

Sur les lignes *à double voie*, le profil en long de la route qui croise une voie de chemin de fer en courbe, peut être exécuté de deux manières.

La meilleure est celle représentée figure 16 dans laquelle les rails sont placés dans un même plan transversal incliné.

Ce système est plus coûteux et parfois plus difficile à réaliser que celui représenté figure 17 et dans lequel les rails *intérieurs* de l'ensemble sont placés dans un même plan *horizontal*.

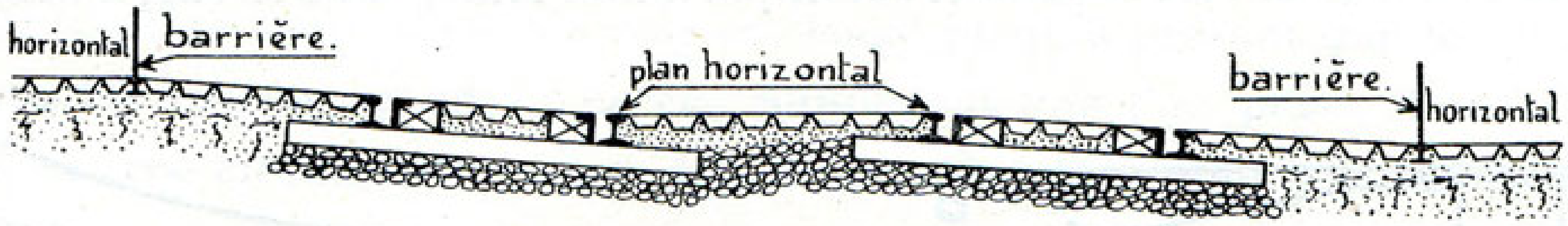

Fig. 17

Dans les deux cas, c'est ordinairement la file de rails intérieure de la voie intérieure qui épouse le profil en long existant.

Variations du dévers dans les appareils de voie

Les appareils de la voie sont, en général, *construits* sans aucun surhaussement. Dans un appareil de changement de voie, il n'est pas possible de donner, au passage de l'aiguillage, des dévers différents pour les deux directions B et C, fig. 18, parce que l'ensemble formé par les deux aiguilles *a b* ne peut se déplacer que dans le plan des rails contre-aiguilles R T, R' T' ; l'aiguillage ne peut donc être mis en surhaussement que par inclinaison de tout son châssis ; le dévers est ainsi le même dans les deux directions. C'est seulement à partir du talon T T' du rail contre-aiguille qu'on peut faire varier le dévers de chacune des deux voies, par exemple, en relevant le rail extérieur T S et en abaissant le rail intérieur T' S'.

I. Si les deux directions du changement de voie sont *en courbe dans le même sens*, l'on peut adopter le dévers se rapportant à la courbe A B de plus grand rayon

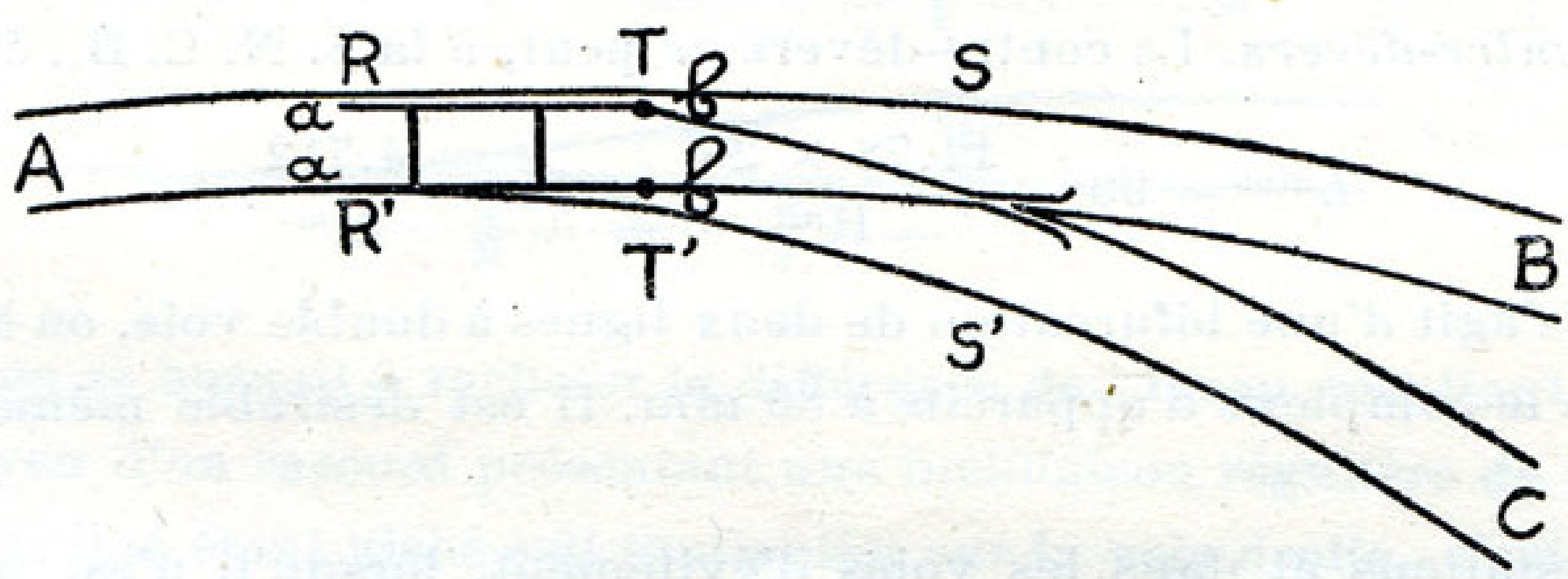

Fig. 18

(fig. 18). Cette solution donnera un dévers insuffisant à la voie la plus déviée mais il convient de remarquer que la circulation sur celle-ci se fait à vitesse réduite.

Cependant, si l'on veut ne favoriser aucune direction, l'on peut incliner le châssis de l'aiguillage d'une quantité égale à la moyenne des dévers normaux des deux directions.

II. Si l'une des directions est *en ligne droite* et l'autre *en courbe*, nous nous trouvons devant un cas particulier de l'hypothèse précédente : le plus grand rayon devient infini (fig. 19). On donne alors parfois du dévers à la branche droite pour favoriser la branche déviée si celle-ci est importante. Mais, dans ce cas, à la S. N. C. B.,

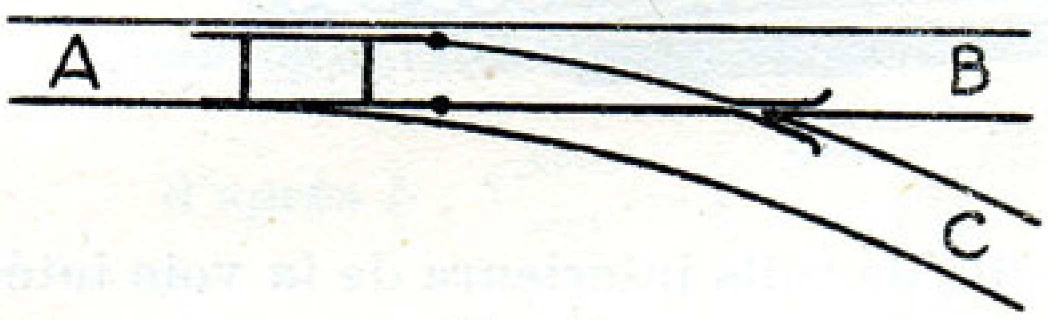

Fig. 19

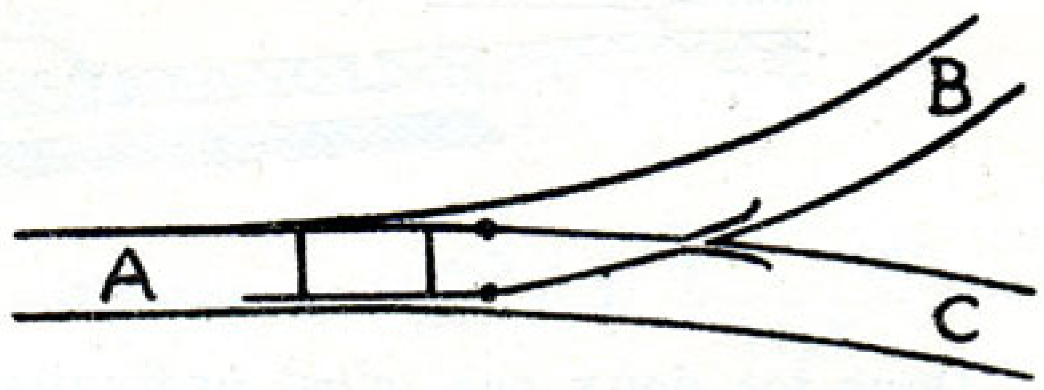

Fig. 20

on limite le surhaussement en alignement droit à 60 mm. Ce surhaussement, quoique ainsi limité, permet d'augmenter la vitesse sur la voie déviée. Il n'entraîne cependant aucune réduction de vitesse pour la branche droite malgré le gauchissement de celle-ci.

III. Si les deux directions sont courbées *en sens inverse* (fig. 20) et si l'on veut n'en favoriser aucune, on posera l'aiguillage de niveau.

Contre-dévers.

On peut cependant incliner l'ensemble de manière à donner à celle des deux voies divergentes que l'on considère comme principale (par exemple A B) un certain surhaussement (fig. 20). Dans ce cas, celui-ci est, à la S. N. C. B., limité à 80 mm lorsque l'autre voie déviée présente quelque importance.

Dans un branchement isolé, le surhaussement peut atteindre 150 mm, la voie principale étant l'élément déterminant. Mais dans un cas comme dans l'autre, la vitesse sur la deuxième voie (A C) est limitée à 20 km/h, car cette voie étant relevée présente un *contre-dévers*. Le contre-dévers ne peut, à la S. N. C. B., être supérieur à

$$h^{mm} = 90 - \frac{11{,}78 \times \overline{20}^2}{R^m} = 90 - \frac{4.712}{R^m}.$$

Lorsqu'il s'agit d'une bifurcation de deux lignes à double voie, on limite le dévers à donner dans le complexe d'appareils à 80 mm. Il est désirable même de le limiter à 60 mm.

Dans les stations et dans les voies d'évitement, lorsqu'il n'est pas possible de donner le surhaussement voulu, on s'en rapproche autant que le permet la présence des appareils spéciaux.

Rampe de transition.

La rampe de transition doit autant que possible se trouver entièrement en dehors des appareils spéciaux.

CHAPITRE III

Raccordements paraboliques

Dans le profil en long, nous n'avons envisagé jusqu'à présent que les alignements droits et que les courbes en arc de cercle. Supposons que l'on passe d'un alignement droit à une courbe circulaire tangente à la droite (fig. 21), nous savons que dans ce cas nous devons donner un surhaussement au rail extérieur de la courbe.

Pour qu'il n'y ait pas de dénivellation brusque au point de tangence, on relève progressivement le rail extérieur depuis le niveau de l'alignement droit jusqu'au niveau commandé par le surhaussement.

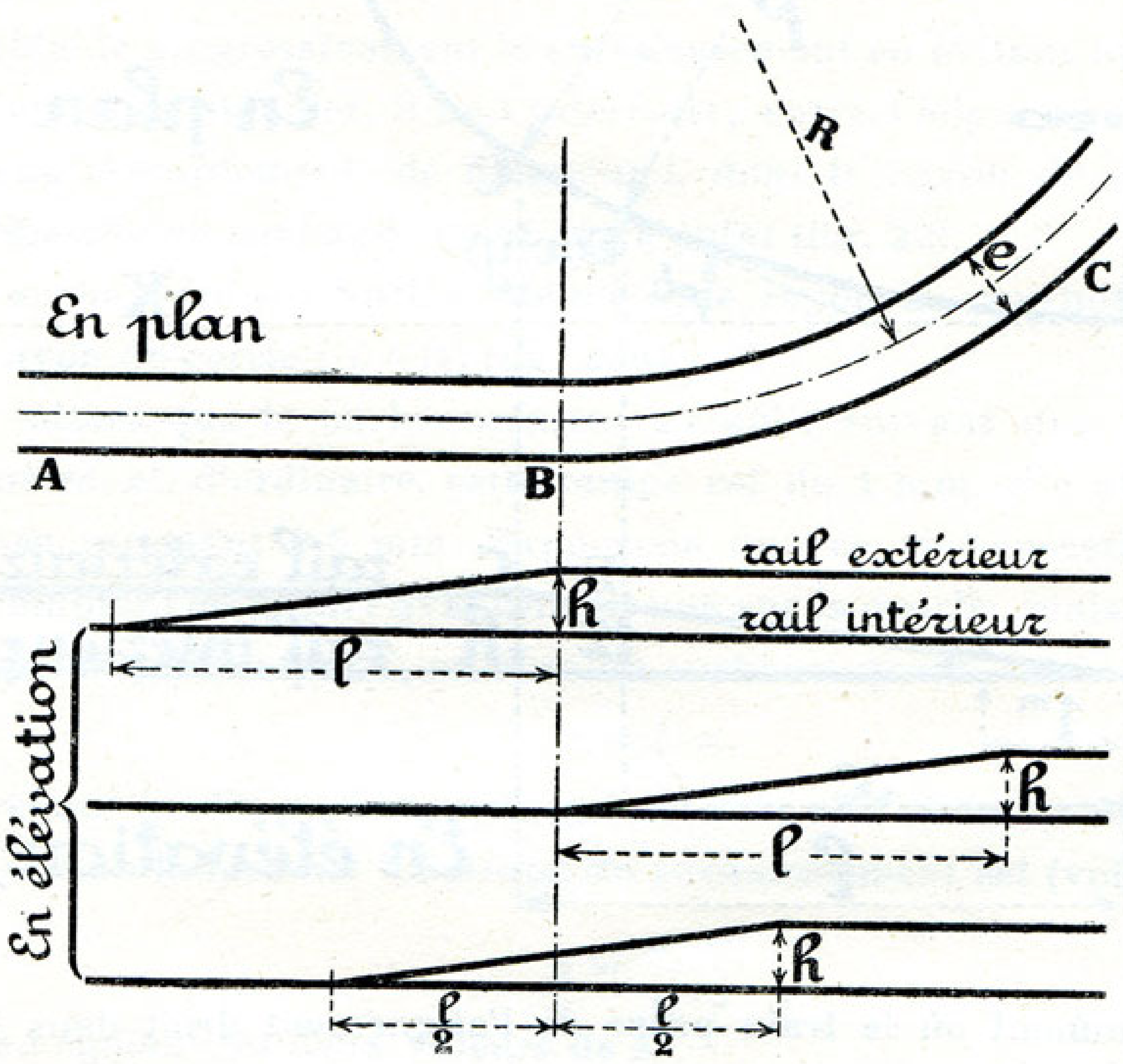

Fig. 21
Fig. 21a
Fig. 21b
Fig. 21c

Autrefois, on se bornait à racheter la différence de niveau résultant du surhaussement au moyen d'un raccord présentant une inclinaison régulière de 1 à 3 mm par mètre, le plan incliné étant placé soit tout entier sur la voie droite, c'est-à-dire avant le point de tangence (fig. 21a) ou bien sur la voie courbe (fig. 21b), ou bien encore par moitié sur la voie droite et sur la partie circulaire (fig. 21c). Mais cette manière de procéder est défectueuse et présente différents inconvénients.

En effet, si l'on commence à donner du surhaussement *sur l'alignement droit,* les véhicules glissent vers l'intérieur de la courbe et produisent des frottements anormaux aussi préjudiciables à l'état de la voie qu'à la conservation des bandages.

Si, au contraire, on reporte tout le raccord *sur la voie courbe*, l'origine de celle-ci présente un surhaussement insuffisant et c'est la file extérieure de rails qui, par suite de la force centrifuge, subit une fatigue exagérée ; c'est, d'ailleurs, surtout au moment où le véhicule entre en courbe qu'il importe que les conditions géométriques de la pose soient remplies et, de ce point de vue, cette deuxième solution est peut-être plus imparfaite encore que la première.

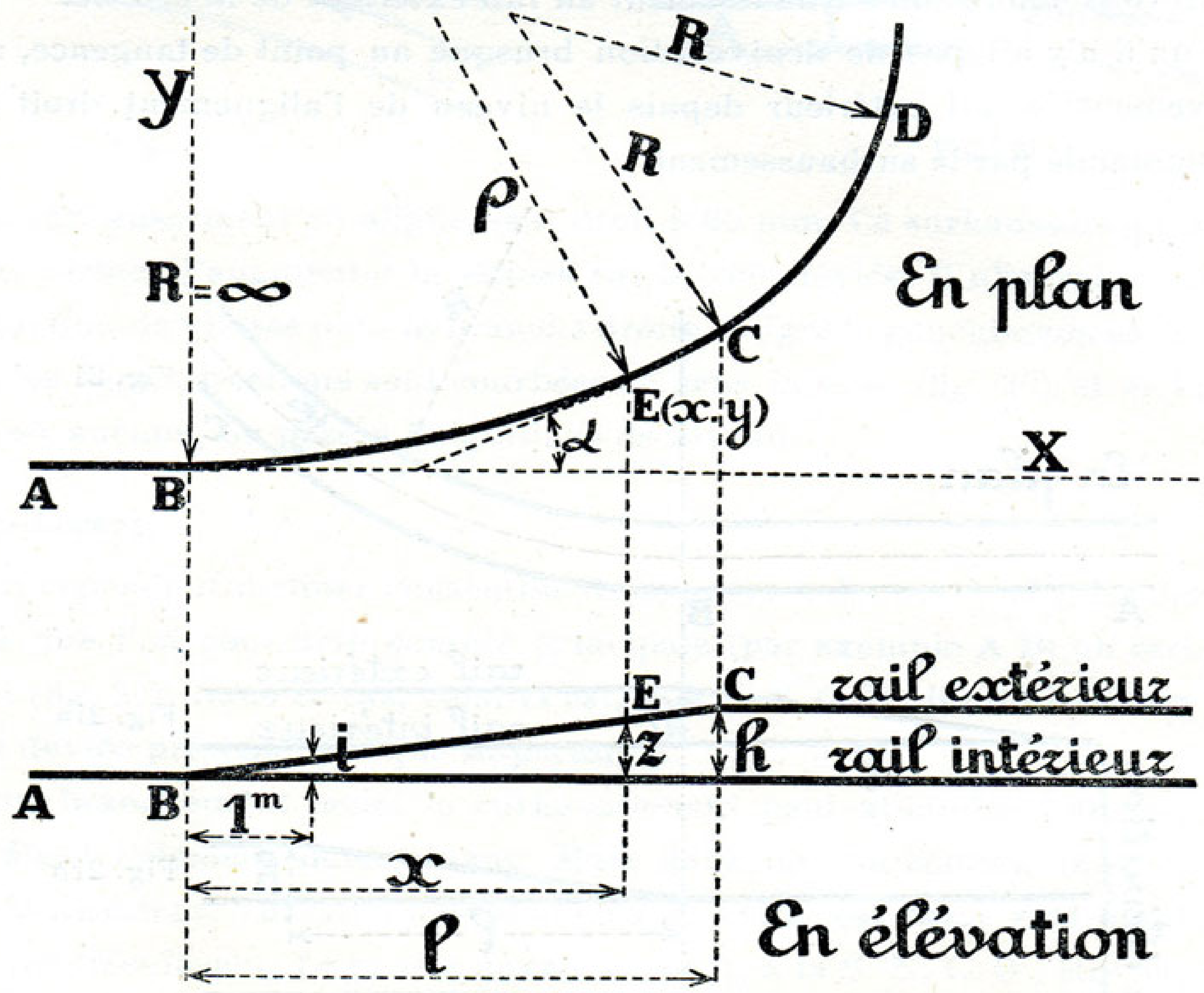

Fig. 22a

Fig. 22

Fig. 22b

En effet, au moment où le train passe de l'alignement droit dans la direction déviée, les véhicules, forcés d'infléchir tout à coup leur direction, donnent des chocs sur le rail extérieur en des points répartis sur une faible longueur, chocs d'autant plus violents que la courbure est plus prononcée, que la vitesse et que la masse des véhicules sont plus grandes. En ces points, la voie ripe vers l'extérieur de la courbe en occasionnant un jarret court et prononcé, les attaches de la voie fatiguent, le matériel roulant reçoit des chocs brusques ressentis péniblement par les voyageurs, des accidents peuvent être à craindre, soit que les roues grimpent sur le rail extérieur à la faveur du jarret formé, soit qu'elles tombent dans l'intérieur de la voie, qui s'est élargie petit à petit.

En plaçant le « raccord » *à cheval sur l'alignement droit et la courbe,* on ne remédie qu'en partie aux inconvénients signalés, puisqu'ils se produisent l'un et l'autre, quoique à un degré moindre.

D'autre part, la présence du « raccord » introduit dans le profil transversal des dénivellations que l'on ne tolérerait pas en ligne droite.

Par suite du surhaussement graduel de la file extérieure, le plan de la voie constitue une surface gauche qui tend à tordre les véhicules. Enfin, lorsqu'un alignement en palier est suivi d'une courbe en pente, il se produit, au point de tangence, une bosse plus ou moins prononcée. Tous ces inconvénients étant loin d'être négligeables, on a cherché à améliorer les conditions de l'entrée en courbe à l'aide d'un raccordement rationnel.

Pour obtenir progressivement le surhaussement en évitant tous les inconvénients que nous venons de signaler, il faut intercaler, entre l'alignement droit et le cercle, une courbe de raccordement, de longueur l, *dont le rayon de courbure en chaque point corresponde au surhaussement en ce point* (fig. 22).

1°) Le surhaussement variant de o à h, le rayon de courbure ρ devra varier de l'infini au rayon du cercle (∞ à R) (fig. 22a).

2°) On admet que le surhaussement s'établit suivant une rampe régulière de i mm par mètre, et, d'ordinaire, cette rampe est de 1 mm, elle atteint parfois 2 mm mais dépasse rarement 2,5 mm. Supposons que ce surhaussement progressif soit calculé en comptant en profil l'avancement non sur la courbe, mais sur les abscisses [1].

En un point quelconque E, on aura un surhaussement

$$z = i \cdot x. \qquad (1)$$

Recherchons quelle est la courbe qui satisfait aux deux conditions reprises aux 1° et 2° ci-dessus : la formule théorique du surhaussement est (voir page 11) :

$$z = \frac{e \cdot v^2}{g \cdot \rho} \qquad (2)$$

on obtient en égalant les deux valeurs de z

$$\frac{e \cdot v^2}{g \cdot \rho} = i \cdot x$$

d'où :

$$\rho = \frac{e \cdot v^2}{g \cdot i} \cdot \frac{1}{x} = \frac{C}{x}$$

car, dans chaque cas déterminé, $\frac{e \cdot v^2}{g \cdot i}$ est une constante que l'on peut poser égale à C.

[1] Considérant le développement vertical de la courbe de raccordement (fig. 22b) et son développement horizontal (fig. 22a), nous supposons qu'on y confond, *en profil*, les longueurs comptées horizontalement ou sur la rampe de raccordement, et, *en plan*, que l'on confond les longueurs comptées sur l'arc, sur la corde ou sur l'abscisse.

Cette constante est à déterminer pour chaque ligne de chemin de fer d'après la vitesse maximum et les rayons minima qu'on y admet.

Dès lors,

$$\rho = \frac{C}{x}. \tag{3}$$

Mais on sait que l'expression différentielle du rayon de courbure est donnée par la formule :

$$\rho = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''} \tag{4}$$

dans laquelle $y' = \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha$ et $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$.

L'inclinaison de la tangente étant toujours très faible, on peut négliger y'^2 devant l'unité ; dès lors, l'expression (4) devient :

$$\rho = \frac{1}{y''} \tag{5}$$

et, en égalant (3) et (5), il vient : $\frac{1}{y''} = \frac{C}{x}$

d'où : $y'' = \frac{x}{C}$

puis en intégrant : $y' = \frac{x^2}{2C} + K.$

Si l'on fait $x = 0$, la figure montre que $y' = 0$, donc la constante $K = 0$.

En intégrant une seconde fois :

$$y = \frac{x^3}{6C} + K'.$$

Si l'on fait $x = 0$, $y = 0$ donc $K' = 0$ et l'équation de la courbe donnant *la relation cherchée entre les ordonnées et les abscisses* est finalement :

$$y = \frac{x^3}{6C} \tag{6}$$

ce qui est l'équation d'une parabole cubique.

Celle-ci est déterminée, si on connaît C, or

$$C = \frac{e \cdot v^2}{g \cdot i} \text{ (1)}.$$

---

(1) Toute courbe réalisée présente un surhaussement h déterminé par l'une des formules de la page 23.

Si le surhaussement réel h est plus petit que le surhaussement théorique $11{,}8 \frac{V^2}{R}$ c.-à-d. si

$$h_{\text{réel}}^{\text{mm}} = 11{,}8 \frac{V^2}{R} - k \tag{1}$$

ce surhaussement correspond à une valeur $V' < V$, déduite de la formule $h^{\text{mm}} = 11{,}8 \frac{V'^2}{R}$, et le raisonnement suppose que c'est cette valeur V' qui est réalisée.

Dans cette expression, trois facteurs sont invariables :

e = la jauge de la voie ;

i = l'inclinaison du raccordement en mm par mètre ;

g = l'accélération due à la gravité.

Reste la vitesse v.

Sur les lignes secondaires, elle ne varie pas dans de grandes limites.

Sur les grandes lignes, au contraire, les trains express, les trains omnibus de voyageurs et les trains de marchandises roulent à des vitesses très différentes.

Cependant, la pratique des tracés de chemin de fer a montré qu'on a intérêt à s'en tenir à un nombre restreint de valeurs de C, puisqu'alors les paraboles de raccord à insérer étant toujours les mêmes, on peut s'aider de tables numériques construites une fois pour toutes et de règles ou patrons gradués ad hoc pour porter les ordonnées sur le terrain.

La valeur de C varie sur les différents chemins de fer entre des limites très étendues. Elle dépend essentiellement de la longueur l de la rampe de dévers laquelle dépend à son tour du surhaussement h et de l'inclinaison i. En effet, si le surhaussement à réaliser est h et si la rampe maximum admise sur le raccordement est i, la longueur du raccord sera :

$$l = \frac{h}{i}, \text{ et comme } h = \frac{e \cdot v^2}{g \cdot R}, \text{ on a :}$$

$$l = \frac{e \cdot v^2}{g \cdot i \cdot R} = \frac{C}{R}$$

ou encore :

$$C = R \cdot l. \qquad (7)$$

Montrons que pour les trains de vitesse supérieure à V′, ce raisonnement n'impliquera « sur la courbe de raccordement » aucune diminution de la sécurité ni du confort.

En effet, pour une valeur quelconque x, le rayon de courbure correspondant étant ρ, on aura :

$$z = 11{,}8\,\frac{V'^2}{\rho}$$

et comme

$$11{,}8\,\frac{V'^2}{R} = 11{,}8\,\frac{V^2}{R} - k$$

on a :

$$11{,}8\,V'^2 = 11{,}8\,V^2 - Rk$$

d'où

$$z = \frac{11{,}8\,V^2}{\rho} - \frac{R \,.\, k}{\rho} \qquad (2)$$

or $\frac{R}{\rho} < 1$, dès lors, dans la formule (2), on soustrait de $\frac{11{,}8\,V^2}{\rho}$ une quantité moindre que k et on peut écrire :

$$z > \frac{11{,}8\,V^2}{\rho} - k.$$

L'accélération normale non neutralisée (page 22) sera donc plus faible dans la courbe de raccordement que dans la courbe de rayon R et, comme ρ varie graduellement de $\rho = \infty$ jusque $\rho = R$, le terme à soustraire $\frac{Rk}{\rho}$ de la formule (2) variera graduellement de 0 à k, c.-à-d. que l'accélération normale non neutralisée dans la courbe de rayon R, s'établira graduellement.

On voit donc que, *pour un rayon déterminé*, plus la constante C est grande, plus longue est la courbe de raccord et moindre est la rampe i. Selon que l'on se placera du point de vue de la douceur et de la sécurité du roulement, ou du point de vue de la réduction de la dépense de premier établissement, on prendra une valeur de C plus ou moins grande.

L'inclinaison de la rampe de raccord doit être d'autant plus faible que la vitesse est plus grande pour éviter de gauchir trop brusquement la surface d'assiette des véhicules.

Les « conventions techniques » du « *Verein* » allemand instituent obligatoirement la dépendance de la déclivité de la rampe de raccord vis-à-vis de la vitesse de façon que le véhicule dispose toujours *du même temps* pour sa rotation autour de l'axe longitudinal horizontal, ce qui donne le rapport d'inclinaison

$$i = \frac{h}{l} = \frac{1}{10\ \mathrm{V}^{\mathrm{km/h}}}.$$

Ainsi, si V = 100 km/h,

$$i = \frac{1}{10 \times 100} = 0{,}001.$$

En France, la rampe dans les raccordements de surhaussement est normalement limitée à :

1 mm par mètre, si la vitesse limite admise est comprise entre 80 et 100 km/h.

2 mm par mètre, si la vitesse est inférieure à 80 km/h.

Ce n'est qu'exceptionnellement que la rampe peut atteindre 3 mm/m.

A la *S. N. C. B.* pour les lignes parcourues à grande vitesse, lorsque $\frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{R}} > 5{,}75$, on admet : $l \approx 10 \,.\, \mathrm{V} \,.\, h$ (h en mètres) ce qui correspond à i (rampe de dévers) $= \frac{h}{l} = \frac{1}{10\,\mathrm{V}}$ et, pratiquement, on s'en tient aux sept longueurs :

l = 40 60 80 100 120 160 et 200 mètres.

1^er^ Exemple. Si V = 100 km/h, avec R = 1000 mètres, on a :

$$h^{\mathrm{m}} = 0{,}0118\,\frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{R}} = \frac{0{,}0118 \times 10.000}{1000} = 0{,}118\ \mathrm{m}.$$

d'où

$$l = 10 \,.\, \mathrm{V} \,.\, h_{\text{mètres}} = 10 \times 100 \times 0{,}118\ \mathrm{m} = 118 \text{ mètres, arrondis à } 120 \text{ mètres.}$$

Dans ces conditions :

$$\mathrm{C} = l \,.\, \mathrm{R} = 120 \times 1000 = 120.000.$$

2^e^ Exemple. Si, sur une ligne principale, on doit raccorder une courbe de 600 m de rayon (fig. 23) avec V = 100 km/h, donc $\frac{V^2}{R} > 5{,}75$. Si, d'autre part, nous adoptons la formule (8) (page 23) qui assure la douceur de roulement, nous avons :

$$h \text{ mm} = \frac{11{,}8\, V^2}{R} - 60 = 197 - 60 = 137 \text{ mm},$$

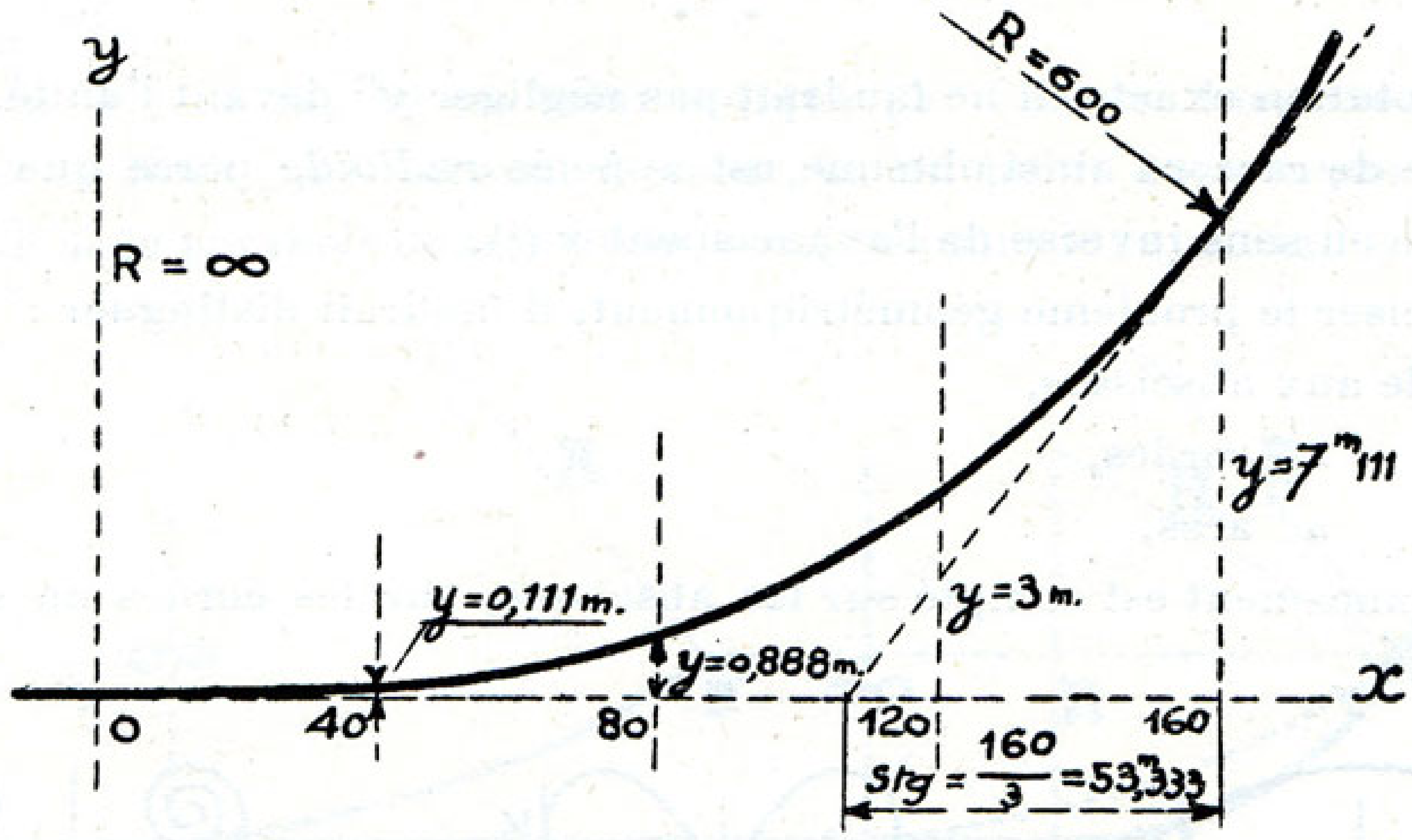

Fig. 23. — La sous-tangente est égale au 1/3 de l'abscisse.

on a : $l \approx 10 \,.\, V \,.\, h_{\text{mètres}} = 10 \times 100 \times 0{,}137 = 137$ mètres, arrondis à 160 m

d'où $\mathrm{C} = \mathrm{R} \,.\, l = 600 \times 160 = 96.000$

et, comme $y = \frac{x^3}{6\,\mathrm{C}}$, $y' = \frac{x^2}{2\,\mathrm{C}}$, $y'' = \frac{x}{\mathrm{C}}$, $\rho = \frac{1}{y''} = \frac{\mathrm{C}}{x}$, $\mathrm{C} = \mathrm{R} \,.\, l$.

on aura :

	$\rho = \frac{C}{x}$ (*)	$y = \frac{x^3}{6C}$	$y' = \frac{x^2}{2C}$
pour $x = 0$	$\rho = \infty$	$y = 0$	$y' = 0$
$x = 40$	$\rho = \frac{96.000}{40} = 2.400$ m	$y = \frac{64.000}{576.000} = 0{,}111$ m	$y' = \frac{1.600}{192.000} = 0{,}008$
$x = 80$	$\rho = \frac{96.000}{80} = 1.200$ m	$y = \frac{512.000}{576.000} = 0{,}888$ m	$y' = \frac{6.400}{192.000} = 0{,}033$
$x = 120$	$\rho = \frac{96.000}{120} = 800$ m	$y = \frac{1.728.000}{576.000} = 3{,}000$ m	$y' = \frac{14.400}{192.000} = 0{,}075$
$x = 160$	$\rho = \frac{96.000}{160} = 600$ m	$y = \frac{4.096.000}{576.000} = 7{,}000$ m	$y' = \frac{256.000}{192.000} = 0{,}133$

(*) $\mathrm{C} = \mathrm{R} \,.\, l$.

Remarque I. — La faible valeur de y' montre que l'on pouvait négliger y'^2 devant l'unité.

Remarque II. — La sous-tangente est égale au 1/3 de l'abscisse, en effet :

$$s/tg^{te} = \frac{y}{y'} = \frac{x^3}{6\,C} \cdot \frac{2\,C}{x^2} = \frac{x}{3}$$

Cette propriété facilite la construction de la courbe.

* * *

Pour la solution exacte, il ne faudrait pas négliger y'^2 devant l'unité.

La courbe de raccord ainsi obtenue est appelée *radioïde* parce que le rayon de courbure varie en sens inverse de l'avancement x (1).

Pour préciser le problème géométriquement, il faudrait distinguer :

- la radioïde aux abscisses,
- » » » cordes,
- » » » arcs,

selon que l'avancement est compté sur les abscisses, sur les cordes ou sur les arcs.

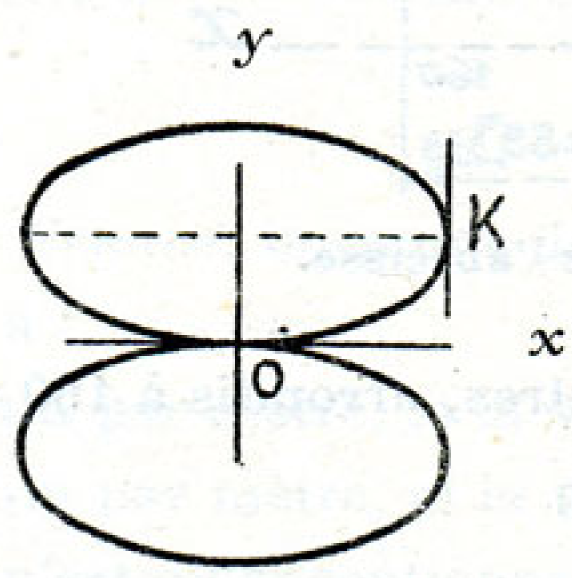

Fig. 24
Radioïde aux abscisses

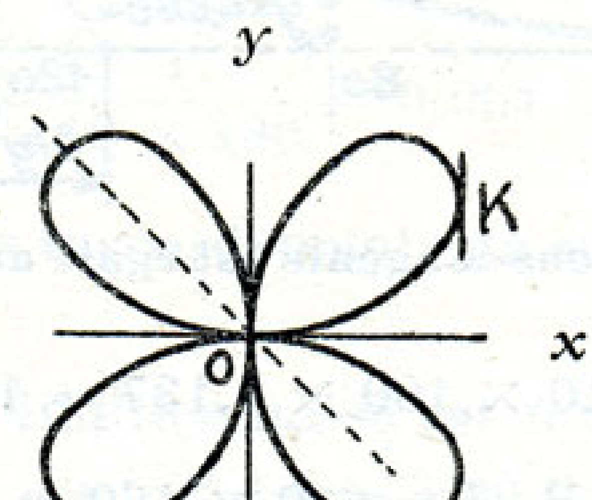

Fig. 25
Radioïde aux cordes

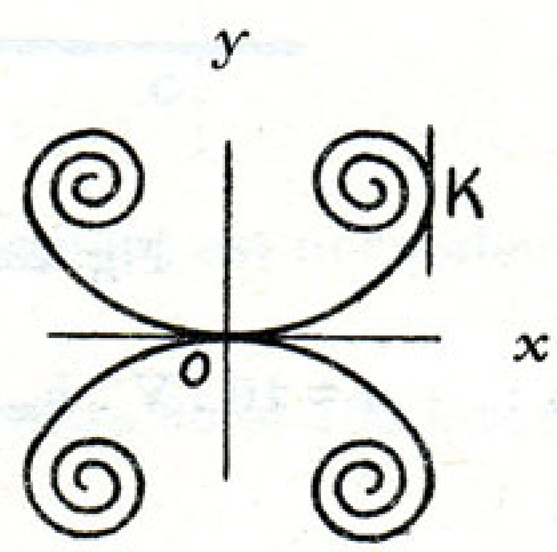

Fig. 26
Radioïde aux arcs

La radioïde aux abscisses est une espèce de lemniscate (fig. 24).

La radioïde aux cordes est exactement la lemniscate de Bernouilli, mais à quatre branches (fig. 25).

La radioïde aux arcs a une forme tout à fait différente, tournant sur elle-même jusqu'à l'infini ; elle possède quatre branches identiques (fig. 26) (2).

---

(1) On a vu, en effet, formules (3) et (5) page 30 que :

$$\rho = \frac{1}{y''} = \frac{C}{x}$$

mais cela n'est vrai que pour les arcs de cercle de faible étendue seulement et par simple approximation, c.-à-d. que dans la première partie de la courbe, tant que la longueur de l'arc ne diffère pas sensiblement de celle de l'abscisse, le rayon de courbure est inversement proportionnel à l'avancement.

(2) Calculs des raccordements paraboliques dans les tracés de chemins de fer par Max Edler von Leber, Inspecteur des chemins de fer autrichiens, 1 vol. grand 8°, 180 p. Paris, Baudry, 1892.

Idem : Bulletin du Congrès des chemins de fer, 1892, p. 2631.

Dans les parties qui vont de l'origine O au point de changement de direction K, ces trois courbes sont très peu différentes de la parabole cubique envisagée, celle-ci est la radioïde approchée pour de petites valeurs de l'abscisse.

Comment effectuer l'opération de raccordement ?

Soient l'alignement droit A B et l'arc de cercle B C D de rayon R qu'il s'agit de raccorder (fig. 27).

Le moyen le plus rapide est celui indiqué par Chavès, Inspecteur en chef au chemin de fer du Nord [1]. Il consiste à tracer, en un point quelconque E de l'alignement, l'arc E F de la parabole de transition, compris entre le rayon infini et le rayon R.

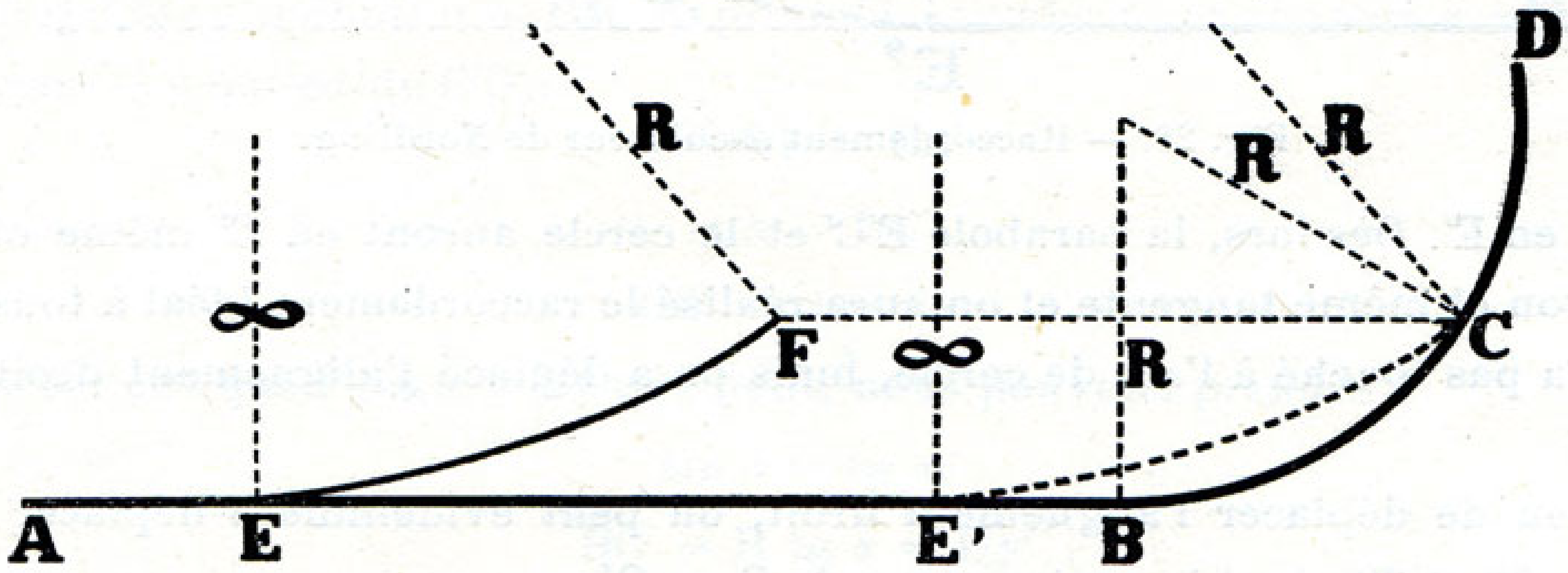

Fig. 27. — Raccordement de Chavès (à rayon et à centre conservés).

On fait ensuite glisser cet arc parallèlement à lui-même sur la droite A B jusqu'à sa rencontre au point C avec l'arc de cercle, le point E sera alors venu en E'.

Au point C, la parabole et l'arc de cercle auront le *même rayon en grandeur mais non en direction*. En d'autres termes, les deux courbes n'auront pas même tangente et se couperont. Il y aura donc un « jarret » en C, jarret que le poseur rectifiera à l'œil.

A remarquer que dans la solution de Chavès, on ne touche pas à l'arc de cercle.

La solution de Nordling, Ingénieur en chef de la Compagnie d'Orléans [2] est plus parfaite que celle de Chavès, car elle consiste à modifier soit la position du cercle primitif soit celle de la parabole de manière qu'au point C le cercle et la parabole de raccord aient *même ordonnée*, *même rayon* et *même tangente*, le cercle est alors le cercle *osculateur* de la parabole.

Soit (fig. 28) l'alignement droit A B tangent en B à un cercle B C D de rayon R.

C étant le point de rencontre de la parabole E C et du cercle, point donné par la solution de Chavès, traçons, en ce point, la tangente C T à la parabole de raccord,

(1) Mémoires de la Société des Ingénieurs civils de France, 1865, p. 339.

(2) Annales des Ponts et Chaussées de France, Tome XIV, 4e série, 1867, p. 312.

puis menons au cercle une tangente C′T′ parallèle à C T. Faisons ensuite glisser la parabole et l'alignement droit, parallèlement à eux-mêmes de manière que C vienne

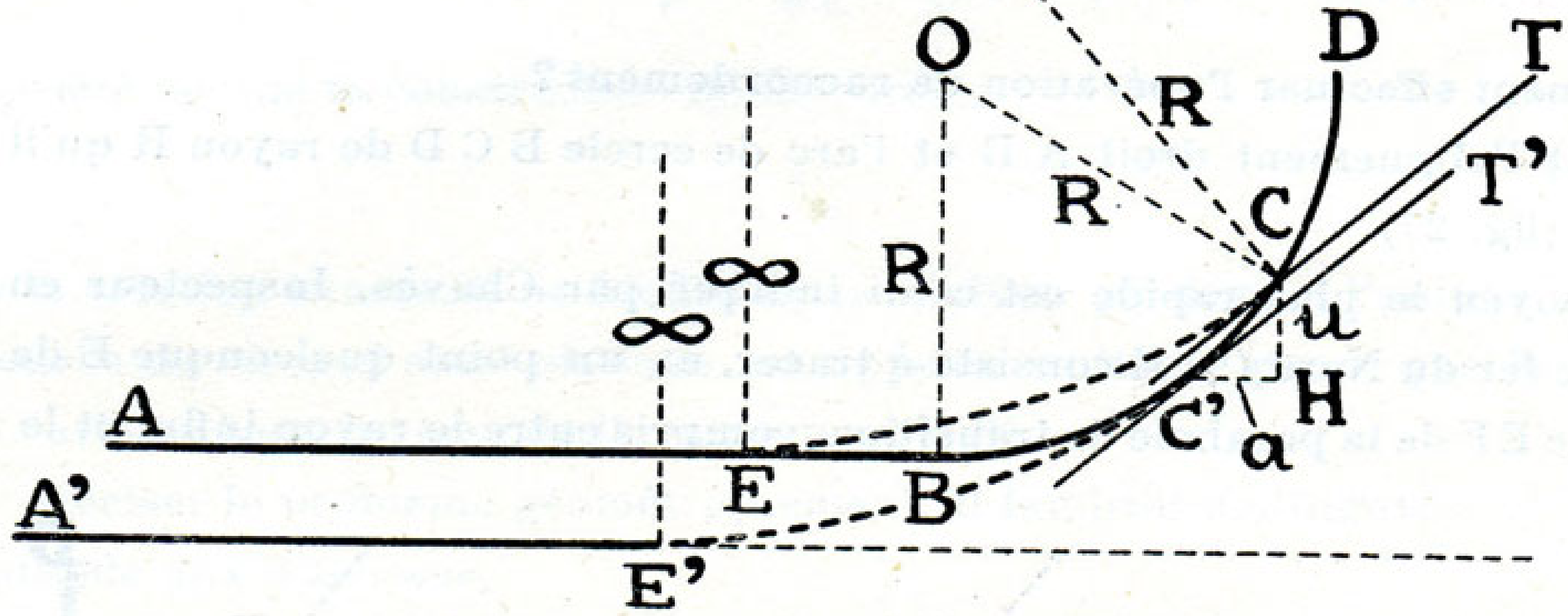

Fig. 28. — Raccordement osculateur de Nordling.

en C′ et E en E′. Dès lors, la parabole E′C′ et le cercle auront en C′ même ordonnée, même rayon et même tangente et on aura réalisé le raccordement idéal à tous égards.

On n'a pas touché à l'arc de cercle, mais on a déplacé l'alignement droit de A E en A′E′.

Au lieu de déplacer l'alignement droit, on peut évidemment déplacer l'arc de cercle (fig. 29 et 30) dont le centre passe de O en O′.

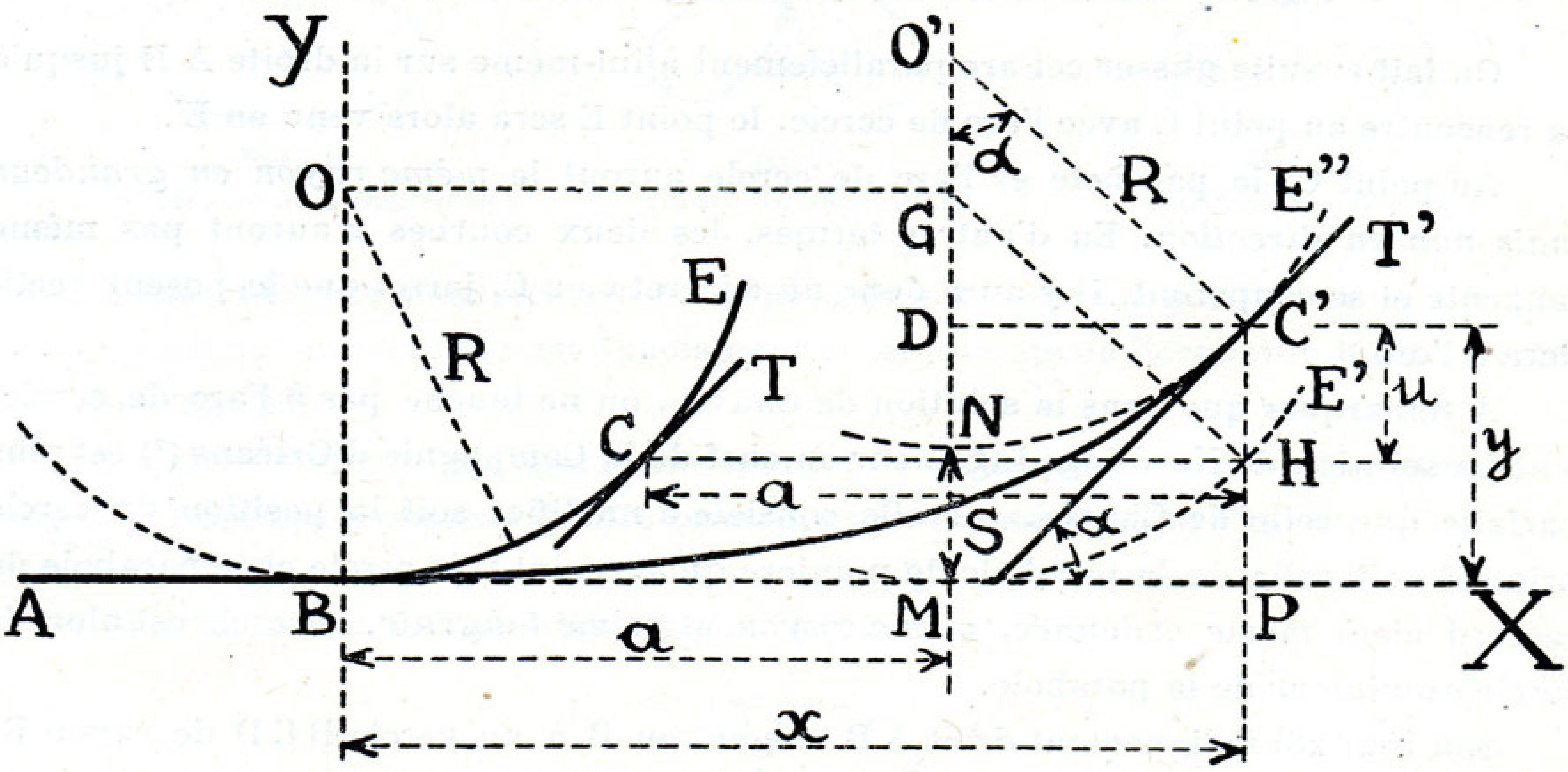

Fig. 29

Les quantités CH = u, HC′ = a (fig. 28), dont il a fallu déplacer la parabole perpendiculairement à l'alignement droit ou dans la direction de celui-ci, s'appellent *le rejet transversal ou latéral* et *le rejet longitudinal*.

Quelle est la valeur de ces rejets ?

Soient (fig. 29) A B l'alignement droit et B C E le cercle. Traçons en B S C' la parabole de raccord, menons tangentiellement au cercle la droite C T parallèle à la tangente C'T' à l'extrémité de la parabole.

Pour que le cercle ait en C' même rayon et même tangente que la parabole, nous devons le déplacer successivement de manière que C vienne en H sur l'ordonnée C'P puis de H en C'.

Posons :

le rejet longitudinal $= a =$ CH $=$ BM $=$ OG,

le rejet transversal $= u =$ C'H $=$ NM $=$ O'G.

1°) *Rejet longitudinal* $a =$ BM, exprimons sa valeur par rapport à x.

Traçons la demi-corde C'D :

$$a = \mathrm{BP} - \mathrm{DC'}$$
$$= x - \mathrm{DC'}.$$

Or :
$$\mathrm{DC'} = \mathrm{R} \sin \alpha.$$

Nous savons que l'angle α est très petit, nous pouvons prendre :

$$\sin \alpha = \mathrm{tg}\, \alpha,$$

dès lors,
$$\mathrm{DC'} = \mathrm{R}\, \mathrm{tg}\, \alpha = \mathrm{R}y'$$

d'où
$$a = x - \mathrm{R}y'.$$

Exprimons R et y' en fonction de x et posons dans l'équation de la parabole $\frac{1}{6\mathrm{C}} = b$, l'équation de la parabole

$$y = bx^3$$

donne :

$$y' = 3\,bx^2$$
$$y'' = 6\,bx$$

d'autre part :

$$\mathrm{R} = \frac{1}{y''} = \frac{1}{6\,bx}$$

d'où

$$\mathrm{R}y' = \frac{3\,bx^2}{6\,bx} = \frac{x}{2}.$$

L'équation (1) devient :

$$a = x - \mathrm{R}y' = x - \frac{x}{2} = \frac{x}{2}$$

$$a = \frac{x}{2} \qquad (2)$$

c.-à-d. que
$$\mathrm{BM} = \mathrm{MP}.$$

Donc, *la parabole est prise moitié sur l'arc de cercle, moitié sur l'alignement droit.*

2°) *Rejet transversal* u = NM, exprimons sa valeur par rapport à y,

$$\begin{aligned} u &= \mathrm{DM} - \mathrm{DN} \\ &= y - \mathrm{DN}. \end{aligned} \qquad (3)$$

Mais DN étant la flèche de l'arc, on a :

$$\overline{\mathrm{DC}'}^2 = \mathrm{DN}\,(2\,\mathrm{R} - \mathrm{DN})$$

DN étant très petit par rapport au rayon, on peut négliger $\overline{\mathrm{DN}}^2$, on a :

$$\overline{\mathrm{DC}'}^2 = 2\,\mathrm{R} \times \mathrm{DN}$$

$$\mathrm{DN} = \frac{\overline{\mathrm{DC}'}^2}{2\,\mathrm{R}}.$$

Or, $\mathrm{DC}' = \dfrac{x}{2}$ et $\mathrm{R} = \dfrac{1}{6\,bx}$.

Dès lors, $$\mathrm{DN} = \frac{x^2}{4} \times \frac{6\,bx}{2} = \frac{3\,bx^3}{4} = \frac{3}{4}\,y$$

remplaçant dans l'équation (3), il vient :

$$u = y - \mathrm{DN} = y - \frac{3}{4}\,y = \frac{y}{4}$$

$$u = \frac{y}{4}. \qquad (4)$$

Le rejet transversal vaut donc le quart de l'ordonnée C'P *de la parabole.*

3°) Quelle est la valeur de y_1 = MS, c'est-à-dire de l'ordonnée de la parabole correspondant à l'abscisse $x_1 = \dfrac{x}{2}$?

Pour $x_1 = \dfrac{x}{2}$, l'équation de la parabole $y = bx^3$ donne :

$$y_1 = \frac{bx^3}{8}.$$

D'autre part, puisque selon la formule (4),

$$u = \frac{y}{4} = \frac{bx^3}{4}$$

l'on voit que $$y_1 = \frac{u}{2} \qquad (5)$$

en d'autres termes, *la parabole passe au milieu du rejet.*

* * *

Le dessin montrant le déplacement du cercle se présente, dès lors, comme dans la figure 30, dans laquelle

$$\mathrm{DN} = \frac{3}{4}\,y, \qquad \mathrm{NM} = \frac{y}{4}, \qquad \mathrm{SM} = \frac{\mathrm{NM}}{2} = \frac{y}{8}$$

mais la figure a été déformée pour la rendre plus claire.

Le raccordement osculateur tel que nous venons de l'exposer, a été appelé par Nordling *raccordement parabolique extérieur* parce que le déplacement de l'arc de cercle éloigne le « raccord » du centre de l'arc de cercle raccordé. On le désigne encore sous le nom de *raccordement à rayon conservé*.

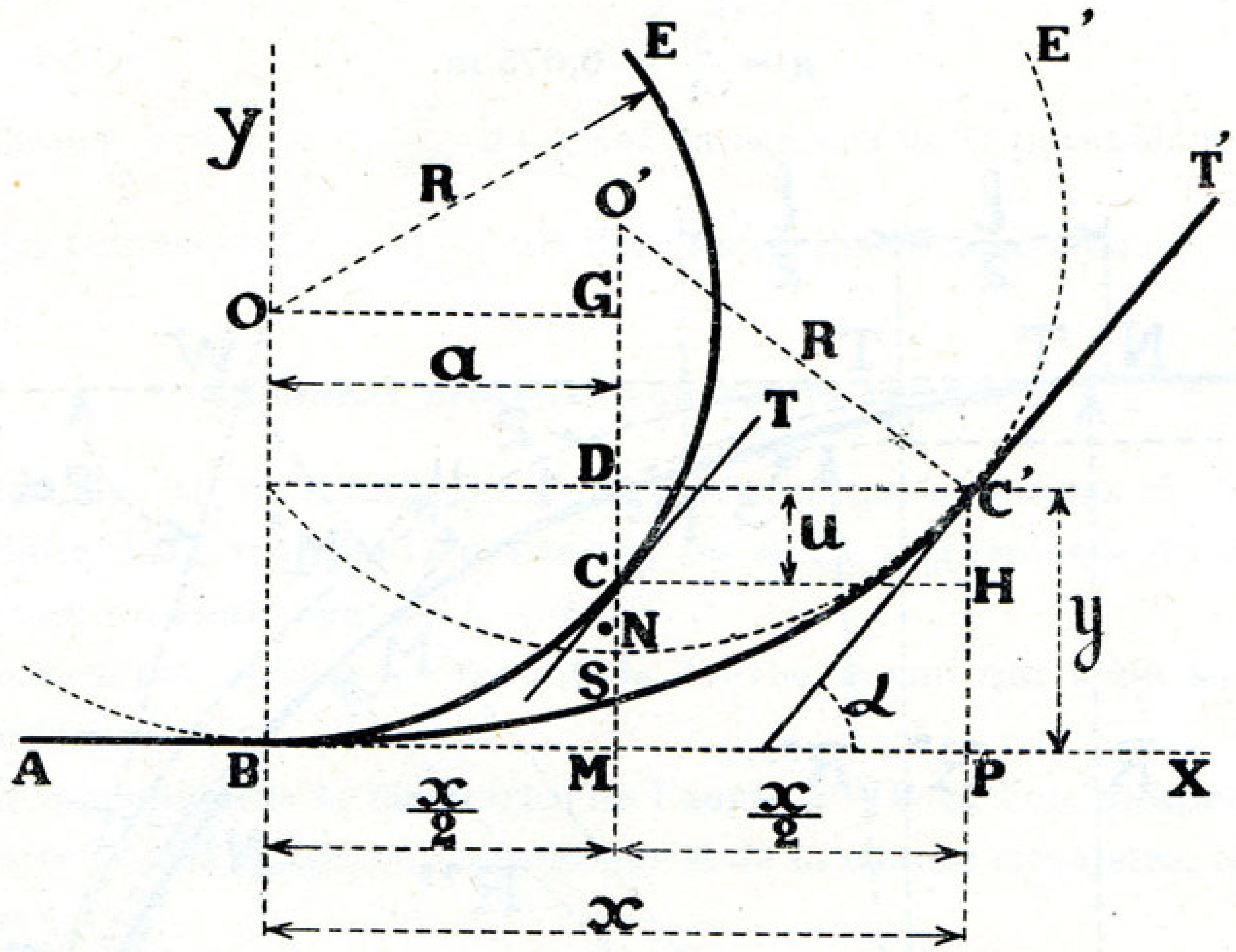

Fig. 30. — Raccordement parabolique extérieur de Nordling.

Toutes les fois que l'on sera suffisamment maître du tracé, dans le cas de lignes à construire notamment, c'est ce raccordement que l'on adoptera.

* * *

Le rejet transversal u est, comme nous l'avons vu, représenté par le quart de l'ordonnée au point C'. Cette distance est généralement très petite et d'autant plus petite que le rayon de la courbe est plus grand.

Exemples :

Avec $R = 250$ *mètres* et $l = 60$ *mètres*, on aurait $\left(\text{compte tenu de la formule } l = \frac{C}{R}\right)$:

$$C = R \,.\, l = 250 \text{ m} \times 60 \text{ m} = 15.000,$$

$$y = \frac{x^3}{6C} = \frac{l^3}{6C} = \frac{\overline{60}^3}{6 \times 15.000} = 2{,}400 \text{ m}$$

d'où

$$u = \frac{y}{4} = 0{,}600 \text{ m}.$$

Dans les mêmes conditions, pour R = *500 mètres* et l = *30 mètres*, on aurait :

$$C = R \cdot l = 500 \text{ m} \times 30 \text{ m} = 15.000$$

$$y = \frac{x^3}{6C} = \frac{l^3}{6C} = \frac{\overline{30}^3}{6 \times 15.000} = 0{,}30 \text{ m}$$

$$u = \frac{y}{4} = 0{,}075 \text{ m.}$$

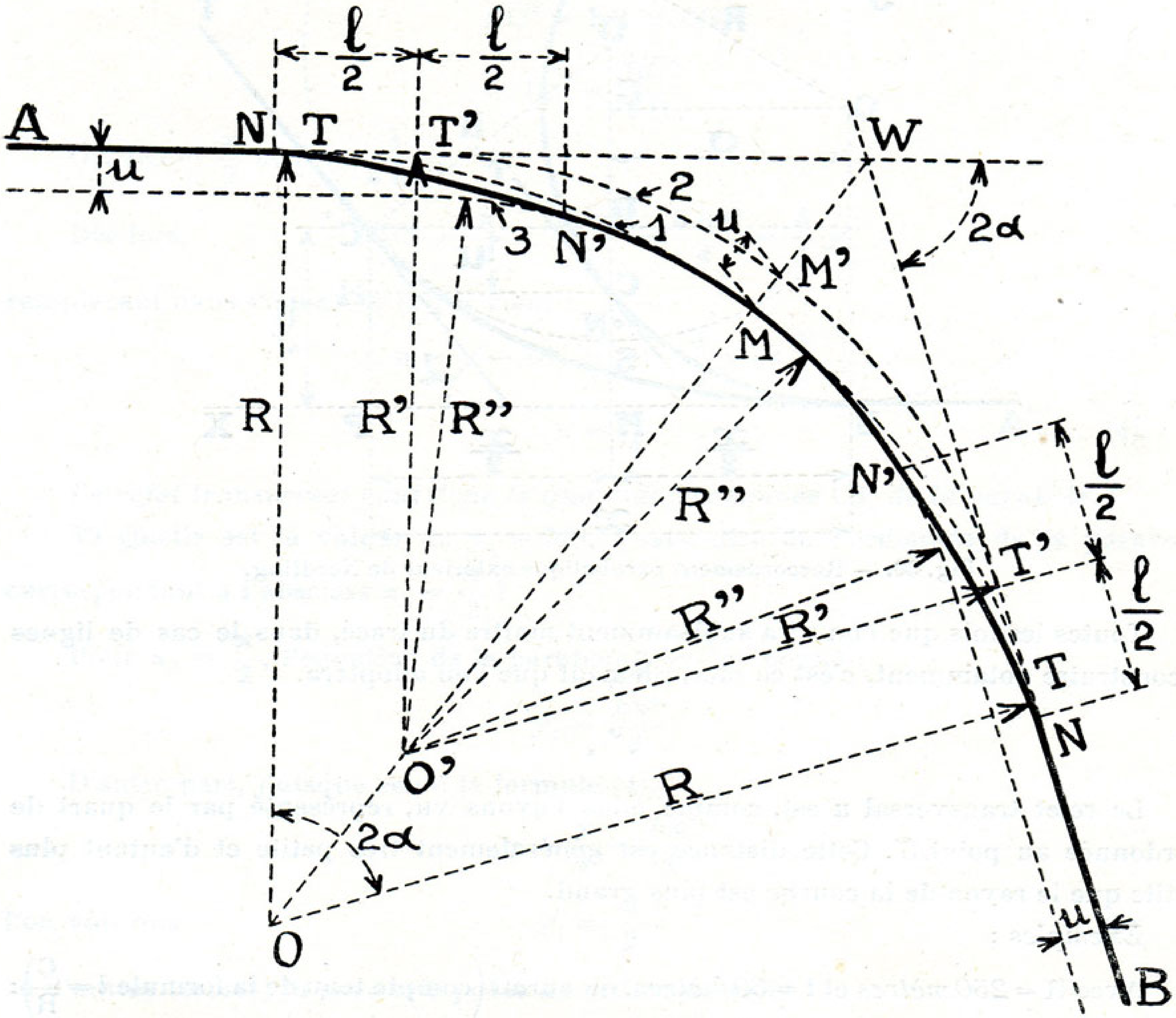

Fig. 31 — Raccords paraboliques entre une courbe circulaire et deux alignements.

Remarque :

Pour le tracé des courbes paraboliques, on s'aide de *tables* faciles à établir. Pour une valeur déterminée de la constante (C = 15.000, C = 12.000, C = 10.000, etc.) et pour des rayons déterminés (R = 250 m, R = 500 m, etc.), les tables donnent directement les éléments suivants du tracé :

1°) les ordonnées y de la parabole correspondant à des abscisses déterminées x ($x = 10$ m, $x = 20$ m, etc.) ;

2°) les rayons de courbure $\rho = \frac{C}{x}$ pour les mêmes abscisses ;

3°) les longueurs de l'arc de raccord $l = \frac{C}{R}$ d'après les valeurs des rayons des courbes à raccorder ;

4°) l'ordonnée $y = \frac{l^3}{6\,C} = \frac{l^2}{6\,R}$ du point du raccord de la parabole avec le cercle ;

5°) le rejet transversal $u = \frac{l^2}{24\,R}$ de l'arc de cercle de la courbe.

Comment procède-t-on sur le terrain ?

Supposons, fig. 31, qu'il faille munir de raccords paraboliques de longueur l, la courbe circulaire TMT (courbe 1) existante, les deux alignements droits AT et BT faisant entre eux un angle égal à $2\pi - 2\alpha$.

On commence par vérifier le rayon de la courbe, rayon qui a pu se modifier en cours d'exploitation.

Pour cela, on implante la bissectrice de l'angle AWB et l'on mesure la distance WM du sommet W des tangentes au sommet M de la courbe circulaire, ce qui permet de déterminer :

1°) le rayon R de la courbe par la relation

$$R = \frac{WM}{\text{séc}\,\alpha - 1} \quad (^1)\,;$$

2°) les points de tangence exacts, en d'autres termes, la longueur des tangentes WT, par la relation

$$WT = R\,.\,\text{tg}\,\alpha.$$

Le rejet transversal étant égal à

$$u = \frac{l^2}{24\,R},$$

---

(1) Dans le triangle OTW (fig. 32), OM = R et OT = R = OW . cos α, d'où

$$OW = \frac{R}{\cos\alpha} = R\,\text{séc}\,\alpha.$$

$$MW = OW - OM$$

d'où $$MW = R\,\text{séc}\,\alpha - R$$

et $$MW = R\,(\text{séc}\,\alpha - 1)$$

d'où $$R = \frac{MW}{\text{séc}\,\alpha - 1}.$$

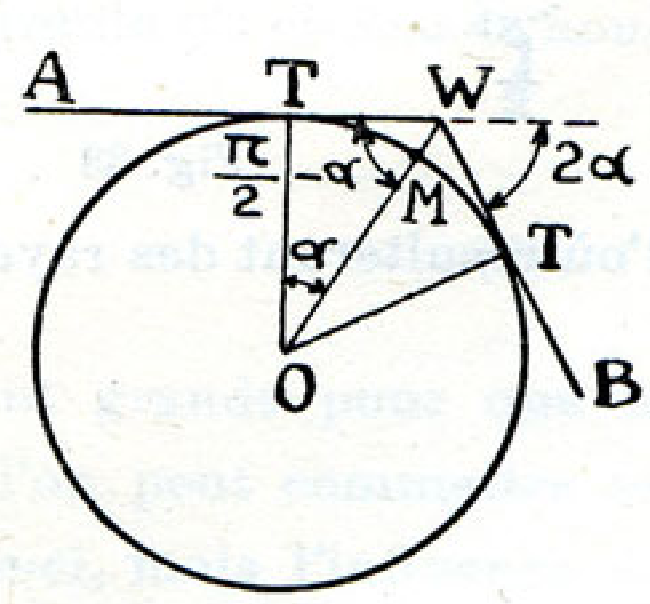

Fig. 32

l'on considère la courbe circulaire (courbe 2) de sommet M′ tel que

$$WM' = WM - u,$$

courbe tangente aux alignements T′W.

Le rayon R′ de cette courbe est égal à

$$R' = \frac{WM'}{\text{séc}\,\alpha - 1}$$

et les longueurs des tangentes sont :

$$WT' = R' \,.\, \text{tg}\,\alpha.$$

Enfin, on trace une courbe circulaire (courbe 3) concentrique à cette dernière et ayant comme rayon

$$R'' = R' - u.$$

Le raccord parabolique se placera symétriquement par rapport à T′.

Courbure des rails

Pour courber les rails suivant les rayons de courbure de la parabole, on peut procéder comme suit :

Supposons que l'on prenne des rails OA, AB, BC de l' mètres de longueur. *On détermine le rayon* de courbure *pour le milieu* de chacun de ces rails et on donne à chaque rail une courbure *uniforme* qui est la courbure qu'il devrait avoir en son milieu.

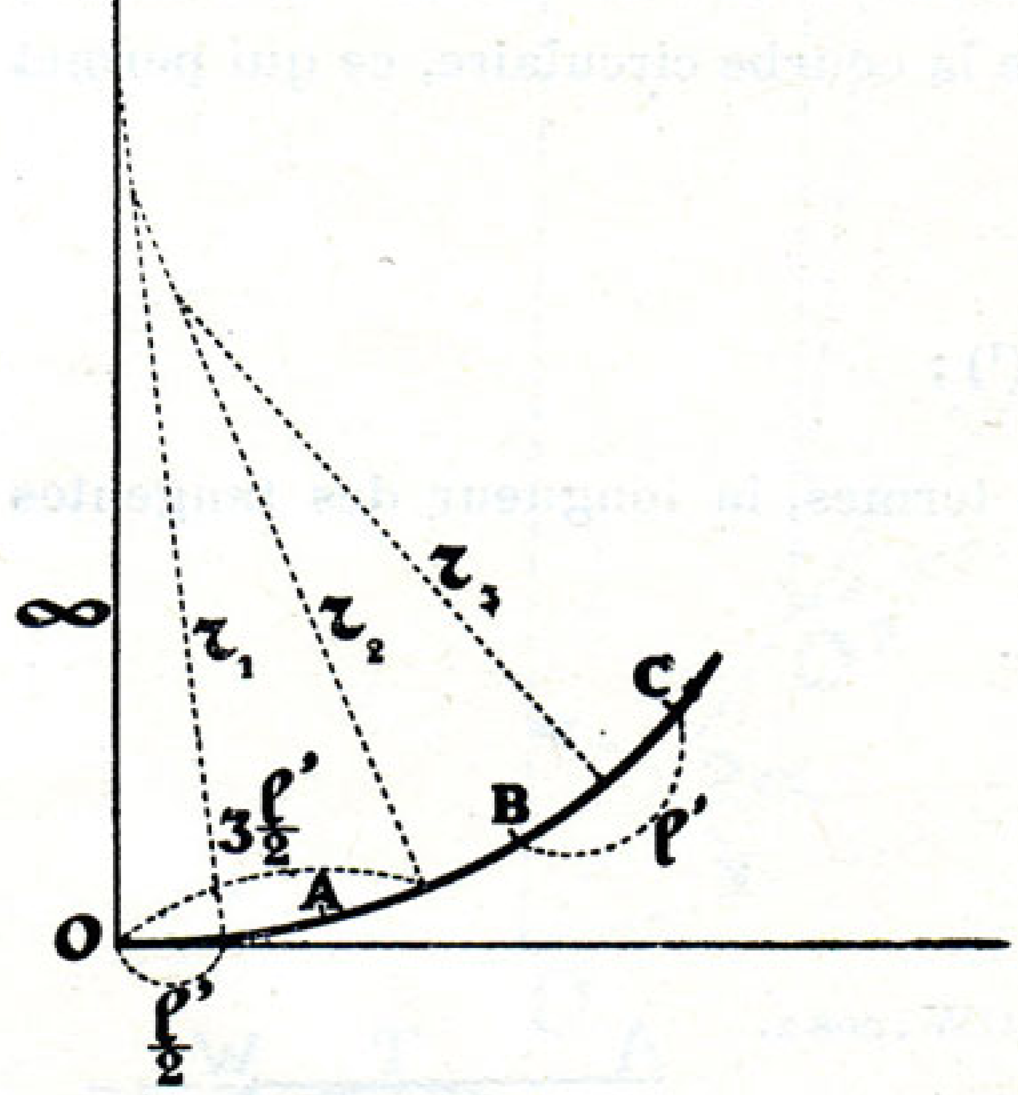

Fig. 33

Pour le 1[er] rail OA (fig. 33), on aura *au milieu* :

$$x = \frac{l'}{2} \quad \text{d'où} \quad y = \frac{x^3}{6\,C} = \frac{l'^3}{48\,C}$$

et $r_1 = \frac{C}{x} = \frac{2\,C}{l'}$ = rayon de courbure moyen du 1[er] rail.

Pour le 2[e] rail $\quad x = \frac{3\,l'}{2}.$

Pour le 3[e] rail $\quad x = \frac{5\,l'}{2}$, etc.

d'où résulteront des rayons de courbure successivement décroissants :

$$r_2 = \frac{C}{x} = \frac{2\,C}{3\,l'}$$

$$r_3 = \frac{C}{x} = \frac{2\,C}{5\,l'}, \quad \text{etc.}$$

on pourra ainsi tracer très approximativement la parabole.

Pour indiquer aux poseurs la manière de donner aux rails la courbure voulue, on leur donnera la flèche f (fig. 34).

Si nous désignons par l', non plus cette fois la longueur de l'arc formé par le rail cintré, mais bien *la corde* joignant ses deux extrémités, nous aurons (fig. 34) :

$$\frac{l'^2}{4} = (2r_1 - f)f$$

ou en négligeant f^2 devant $2r_1$:

$$\frac{l'^2}{4} = 2r_1 f$$

d'où

$$f = \frac{l'^2}{8r_1} \qquad (1)$$

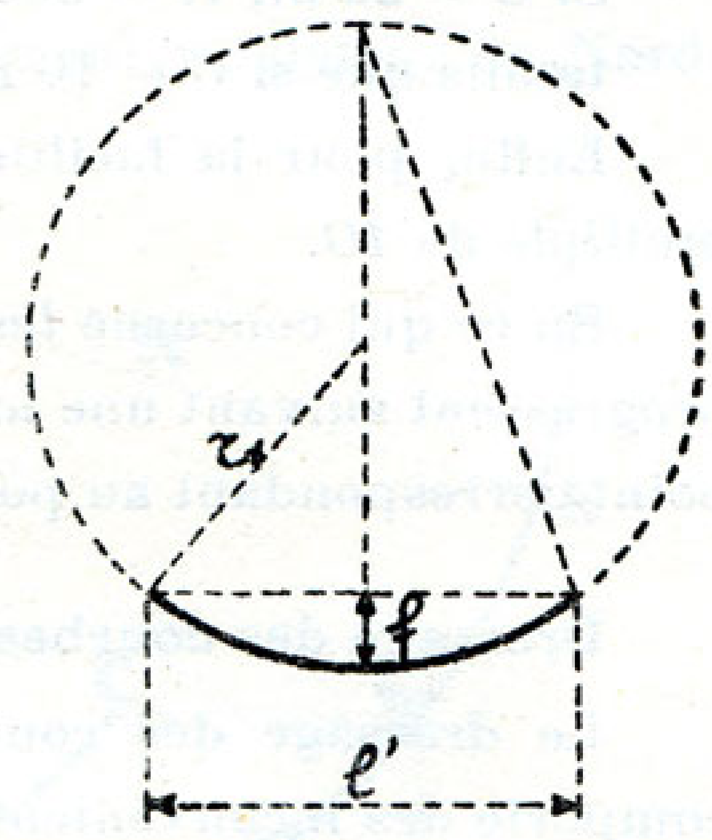

Fig. 34

or r_1, r_2, etc., sont déterminés par les formules ci-dessus, on peut donc calculer les flèches pour les différentes courbures des rails.

Dressage des courbes à la corde ou méthode des flèches.

Les voies en courbe sont établies suivant des tracés préalablement abornés.

Les *bornes-repères* sont espacées de 20 m en 20 m pour les courbes circulaires et, de 10 m en 10 m pour les raccordements paraboliques.

Pour procéder au dressage définitif de la courbe, l'on part des extrémités des alignements droits pour se diriger vers le milieu de la courbe.

Dans la partie circulaire du tracé, *les flèches* sont mesurées au milieu *d'une corde* C *de longueur constante*, appuyée à ses deux extrémités contre le bourrelet *intérieur* du rail à dresser, corde bien tendue entre ces deux points.

Pour le tracé circulaire, ces flèches doivent être toutes égales.

La corde dont on se sert a généralement 20 mètres de longueur et l'on mesure les flèches de 10 mètres en 10 mètres.

Si nous nous reportons à la figure 34, et si nous exprimons les flèches f en millimètres, les cordes C ainsi que les rayons R en mètres, la formule (1) ci-dessus nous donnera pour l'expression de la flèche :

$$f^{mm} = 1000 \cdot \frac{C^{2m}}{8 \times R^m} = 125\,\frac{C^{2m}}{R^m}. \qquad (2)$$

L'on doit choisir une corde C de longueur suffisamment grande pour que la flèche f ait elle-même une valeur appréciable. L'erreur que l'on peut commettre en mesurant la flèche est indépendante de la longueur de celle-ci, mais l'influence de cette erreur est d'autant plus grande que la flèche est plus courte.

Exemples :

Si C = 20 m, R = 500 m, la formule (2) donne $f = 100$ mm ;

tandis que si C = 10 m, avec R = 500 m, $f = 25$ mm seulement.

Enfin, pour la facilité des calculs, l'on prend pour longueur de la corde, un multiple de *10*.

En ce qui concerne *les raccords paraboliques*, les valeurs successives des flèches progressent suivant une loi linéaire d'ordonnée nulle au point d'origine et égale à f au point correspondant au point d'abscisse l à l'extrémité du raccord.

Dressage des courbes à la lunette.

Le dressage des courbes au moyen d'une corde est susceptible d'erreurs et comporte des inconvénients :

1°) il est très difficile de tendre la corde sans qu'elle fléchisse sous son propre poids ;

2°) l'usure latérale intérieure du rail extérieur peut être une cause d'erreur ;

3°) si l'on emploie une corde en fil, elle a tendance à s'allonger. Si l'on se sert d'un fil en acier (corde de piano), elle est exposée à des entortillements ;

4°) une perte de temps résulte des déplacements de la corde de 10 m en 10 m ;

5°) les ouvriers qui rectifient la voie doivent s'éloigner à diverses reprises pour permettre de nouvelles modifications du tracé et tendre à nouveau la corde après chaque ripage, jusqu'à ce que la flèche mesurée soit celle à réaliser.

On évite ces erreurs et ces inconvénients en substituant à la corde matérielle de 20 mètres *une corde visuelle*, par l'emploi *de la lunette* en usage pour les opérations de nivellement de la voie et *d'une mire coulissante*.

La mire s'appuyant contre le bord *extérieur* du rail à dresser, on élimine la cause d'erreur qui pourrait résulter de l'usure latérale intérieure du rail lorsque l'on fait usage d'une corde.

Raccordement « intérieur » de Nordling ou raccordement tangentiel

Sur les lignes en exploitation et même sur les lignes à construire, il peut se faire qu'on ne puisse déplacer les courbes ou les alignements eu égard aux valeurs de a et de u données par les formules (présence d'un ouvrage d'art, d'un obstacle naturel, etc.). On est obligé, dans ces cas, d'abandonner le raccordement osculateur ; cependant, le raccordement tangentiel parfait est encore possible mais à la condition de renoncer à l'égalité des rayons de courbure au point de jonction.

Exemple. — Si l'une des deux quantités a ou u est donnée d'avance, par exemple si le déplacement transversal $u = 0$, la courbe de raccord A'C' devient alors *intérieure* (fig. 35) c.-à-d. rentre du côté du centre O de l'arc de cercle ODC′ et présente en C′ un rayon de courbure inférieur au rayon R de l'arc de cercle.

Montrons ce qui distingue ce raccordement du raccordement osculateur de Nordling et du raccordement de Chavès.

Considérons la parabole de raccord A B C construite en un point quelconque de l'alignement droit. Jusqu'à présent, nous avons pris pour point de raccord, le point de l'arc de parabole déterminé par la condition $\rho = R$; mais nous pouvons choisir sur la courbe de raccord un point C tel qu'en ce point les tangentes à l'arc de cercle et à la parabole soient parallèles. Faisons glisser la parabole jusqu'à ce que C vienne en C′, nous aurons réalisé le raccordement intérieur caractérisé par ce fait, qu'en ce point, la courbe circulaire et la parabole auront même tangente mais des rayons différents.

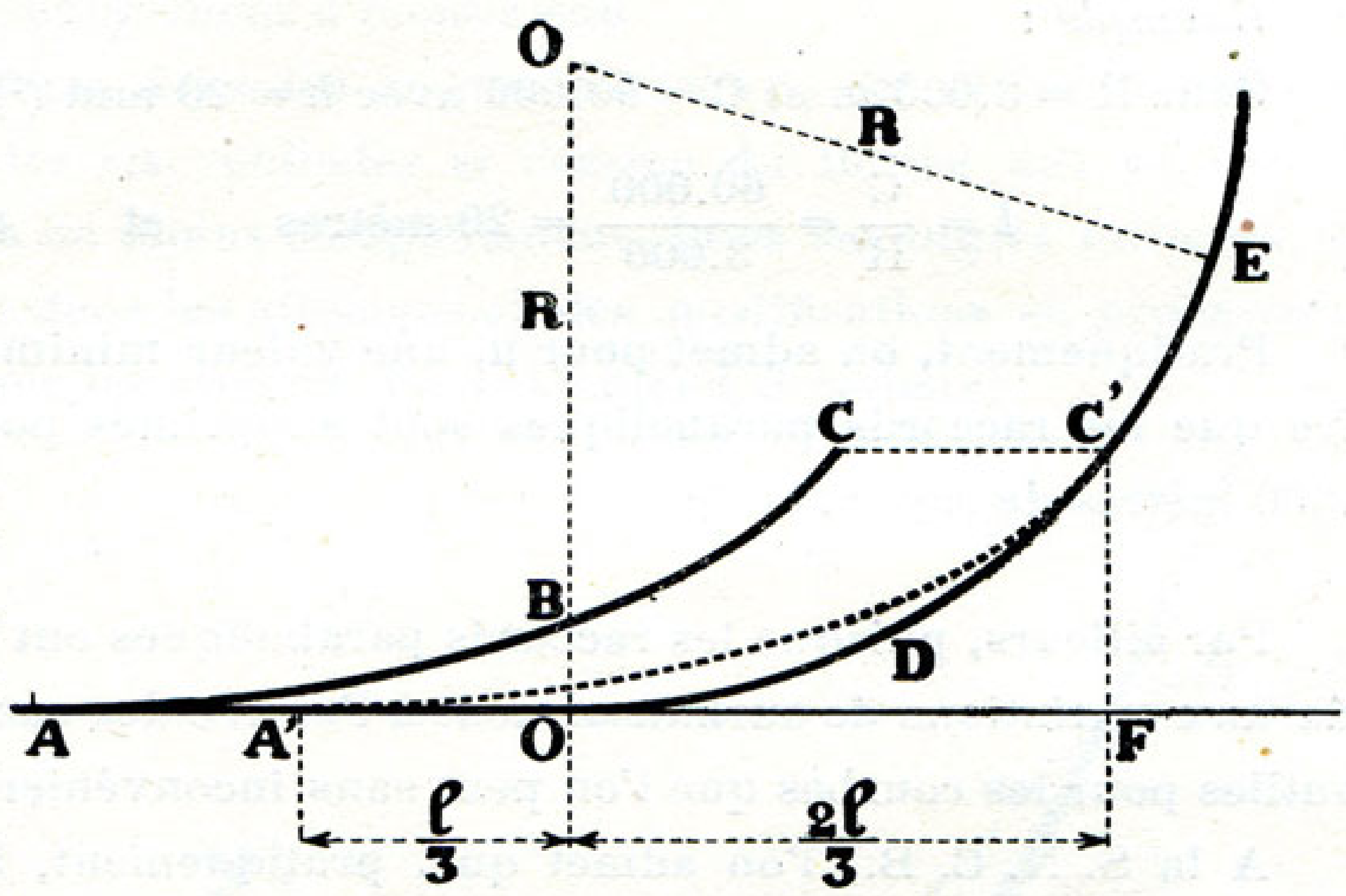

Fig. 35. — Raccordement intérieur de Nordling.

On démontre que dans le cas du raccordement tangentiel ou intérieur, le plan incliné doit être pris 1/3 sur l'alignement droit et les 2/3 restants sur l'arc de cercle.

On donne encore à ce raccordement le nom de raccordement à *centre conservé.*

Le raccordement de Chavès est à *rayon* et à *centre conservés*.

Limites de l'emploi des courbes de raccordement.

Pratiquement, les courbes de raccordement cessent d'être applicables pour les courbes de très grand rayon pour lesquelles le déplacement transversal u devient tellement petit que la parabole de transition ne se laisse plus tracer.

Le calcul le montre en effet :

Exprimons u en fonction de R.

On a
$$u = \frac{y}{4} = \frac{l^3}{24\,C}$$

d'autre part, formule (7) page 31, $l = \dfrac{C}{R}$

$$u = \frac{l^3}{24\,C} = \frac{C^2}{24\,R^3}$$

u diminue donc très rapidement au fur et à mesure que R augmente. A partir d'une certaine valeur de R, u est tellement petit que l'on renonce au raccordement parabolique ; on se borne alors à placer le surhaussement de raccord sur l'alignement droit.

Exemple :

Pour R = 3.000 m et C = 60.000 avec $h = 20$ mm [1] et $i = 1$ mm p. m, on aurait :

$$l = \frac{C}{R} = \frac{60.000}{3.000} = 20 \text{ mètres} \qquad \text{et} \qquad u = 5\,{}^1/_2 \text{ mm.}$$

Pratiquement, on admet pour u, une valeur minimum de 6 à 10 mm, c'est donc dire que les raccords paraboliques sont supprimés pour les courbes ayant plus de 3.000 mètres de rayon.

Par ailleurs, puisque les raccords paraboliques ont pour but d'éliminer les effets dûs aux variations de surhaussement à l'entrée des courbes, ces raccords deviennent inutiles pour les courbes que l'on peut sans inconvénient poser sans surhaussement.

A la S. N. C. B., l'on admet que, pratiquement, l'on peut tolérer une poussée dynamique transversale sur le rail égale à 45 kg par tonne de poids de train. Dès lors, la formule (1), page 19,

$$C' = P\left(\frac{V^2}{127\,R} - \frac{h}{e}\right)$$

donne :

$$45 \text{ kg} = 1.000 \text{ kg}\left(\frac{V^2}{127\,R} - \frac{0}{e}\right)$$

ou

$$\frac{V^2}{127\,R} = \frac{45}{1.000}$$

d'où

$$\frac{V^2}{R} \approx 5{,}75,$$

on en déduit qu'un surhaussement nul et, par conséquent, l'absence d'un raccord parabolique, peut être toléré dès que

$$\frac{V^2}{R} \leqslant 5{,}75.$$

Exemple :

Pour V = 120 km/h, la formule ci-dessus donne

R = 2.500 mètres.

---

[1] Pour V = 70 km/h c.-à-d. pour $v = 20$ m/sec on a : $h = \frac{e \cdot v^2}{g \cdot R} = 20$ mm.

Raccord des pentes et des rampes

Lorsque le profil en long de la voie présente des déclivités d'inclinaison très différente, celles-ci doivent être raccordées entre elles par des courbes verticales qui réalisent *progressivement* le changement d'inclinaison.

A défaut de cette précaution, dans les *angles rentrants*, des chocs et des compressions se produiraient entre les véhicules et l'essieu du milieu des véhicules à 3 essieux se déchargerait plus ou moins complètement. Dans les *angles saillants*, des tensions excessives naîtraient dans les attelages et des modifications se produiraient dans la répartition du poids sur les essieux des véhicules à 3 essieux.

Si on envisage le profil en long *primitif*, on le corrigera éventuellement en séparant autant que possible deux déclivités *de sens contraire* par un *palier* d'au moins 120 m de longueur.

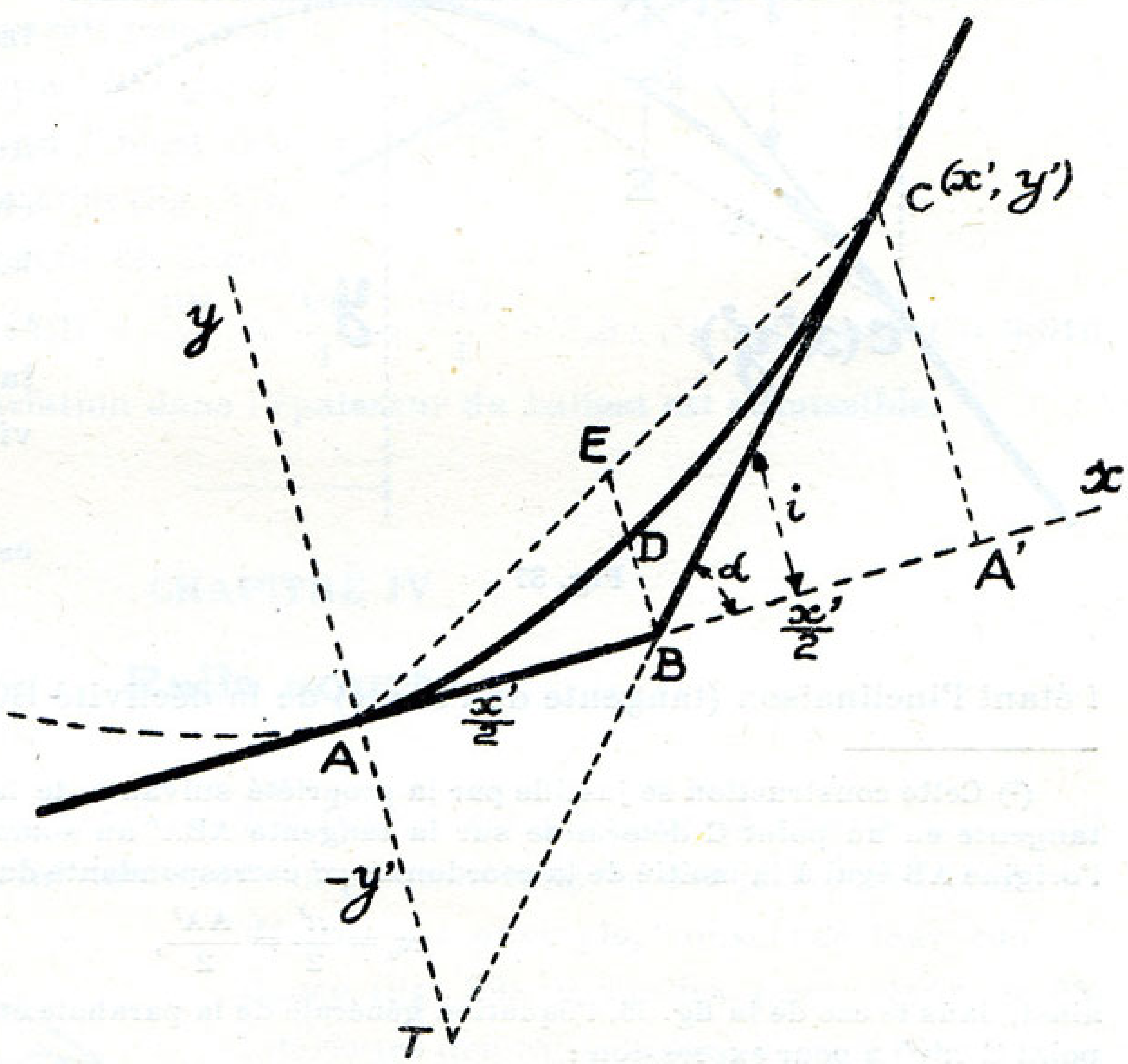

Fig. 36

Pour éviter les variations brusques d'inclinaison, on raccordera les déclivités successives de valeur différente soit par des *courbes circulaires*, soit par une *parabole*.

En Belgique, le rayon de ces courbes circulaires doit être supérieur à 5.000 mètres.

En France, dans la pose des voies neuves ou renouvelées, on s'attache à réaliser des raccordements de déclivités aux points de changement de pente lorsque la différence algébrique des déclivités est égale ou supérieure à 4 mm/m :

— sur les lignes où la vitesse-limite est inférieure à 100 km/h, le rayon de ce raccordement est de 5.000 m, c.-à-d. que la déclivité varie de 2 mm/m tous les 10 m ;

— sur les lignes où la vitesse-limite est de 100 km/h ou plus élevée, le rayon est de 10.000 m, c.-à-d. que la déclivité varie de 1 mm/m tous les 10 m.

Lorsque l'on raccorde les déclivités successives *par une parabole*, on procède comme suit (fig. 36) :

Dans le cas le plus général de deux déclivités quelconques AB, BC, on portera des deux côtés du sommet B sur l'une des deux déclivités, deux longueurs BA, BA' égales à 30 mètres (AA' = 60 mètres, moitié du palier de 120 mètres à ménager entre deux déclivités de sens contraire).

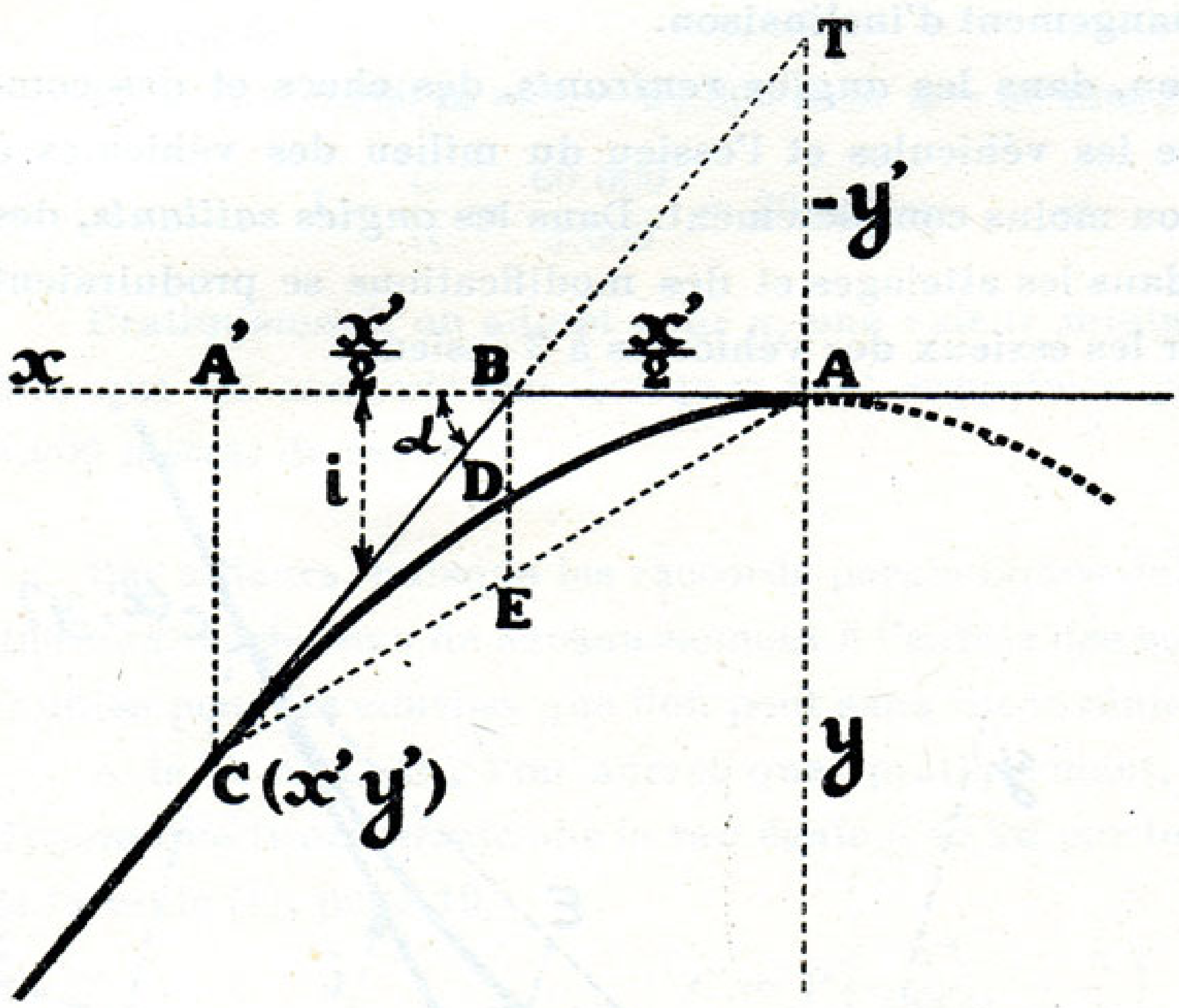

Fig. 37

Le point A est le sommet de la parabole de raccord. En élevant en A' une perpendiculaire A'C à AA', on obtient en C le point où la courbe est tangente à la ligne de déclivité BC (1).

L'équation de la parabole est :

$$y = \frac{i \cdot x^2}{120} \quad (2)$$

i étant l'inclinaison (tangente de l'angle) de la déclivité BC sur la déclivité AB.

(1) Cette construction se justifie par la propriété suivante de la parabole du *second* degré : la tangente en un point C détermine sur la tangente ABA' au sommet de la courbe un segment à l'origine AB égal à la moitié de la coordonnée x' correspondante du point considéré :

$$x_0 = \frac{x'}{2} = \frac{AA'}{2},$$

ainsi, dans le cas de la fig. 36, l'équation générale de la parabole étant $x^2 = 2py$, la tangente CT au point $C(x'y')$ a pour expression :

$$xx' = p(y + y'),$$

pour $y = 0$, on a $x_0 x' = py'$ ou $x_0 = \frac{py'}{x'}$ et comme $x'^2 = 2py'$, $x_0 = \frac{x'}{2}$,

pour $x = 0$, on a $x_0 x' = p(y_0 + y')$, d'où $p(y_0 + y') = 0$ et enfin $y_0 = -y'$.

(2) L'équation générale de la parabole est $x^2 = 2py$; le paramètre p peut être déterminé en fonction de i et de x' en considérant que l'équation doit être satisfaite par les coordonnées $x'y'$ du du point C.

Or, d'après la construction : $x' = AA' = 60$ $\quad y' = A'C = A'B \operatorname{tg} \alpha = \frac{x'}{2} \cdot i.$

Comme $x'^2 = 2py'$, on a $\overline{60}^2 = 2p \cdot 30\, i$ $\quad$ d'où $\quad 2p = \frac{120}{i}$

l'équation $x^2 = 2py$ devient : $\quad x^2 = \frac{120}{i} y \quad$ ou $\quad y = \frac{ix^2}{120}.$

Remarque. — Le cas du raccord d'un palier avec une déclivité se traite de la même manière (fig. 37). C'est alors sur le palier qu'on portera de préférence les deux longueurs BA, BA′ et, cela, pour que la perpendiculaire A′C se confonde avec la verticale A′C′ (fig. 38). Notons, toutefois, que l'inclinaison relativement faible des rampes permet de porter les ordonnées verticalement.

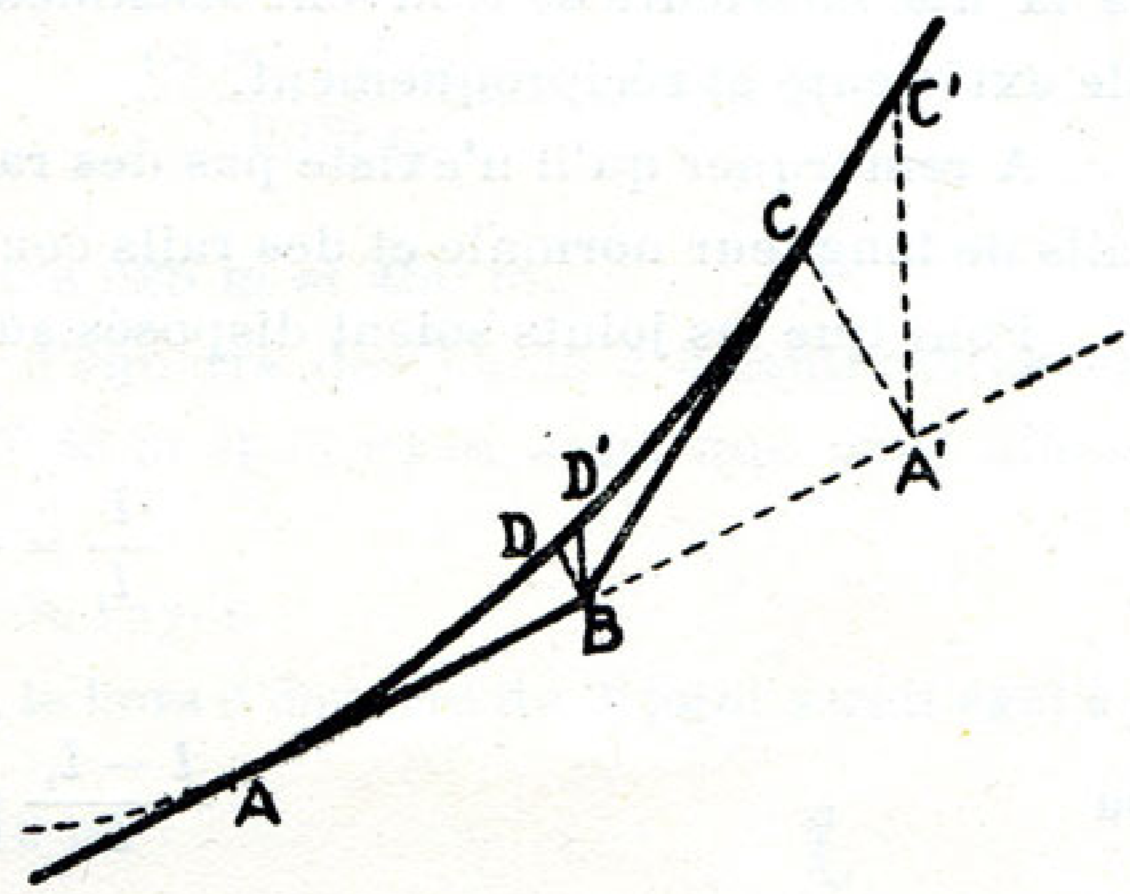

Fig. 38

Dès que $i = 3$ mm/m, on doit appliquer cette parabole au tracé ADC du profil de la *voie* c.-à-d. du rail, mais il paraît peu utile en voie courante de l'appliquer à la *plate-forme* ABC de la voie quand i n'est pas supérieur à 10 mm p. m. En effet (fig. 37), l'écart maximum entre le profil rectiligne et la parabole de raccord est $BD = \frac{BE}{2} = \frac{A'C}{4} = \frac{30\,i}{4} = 7{,}5\,i$ [1] qui, pour $i = 0{,}010$ donne 0,075 m. Or, cette variation dans l'épaisseur du ballast est admissible.

CHAPITRE IV

Rails courts

Types de rails courts.

En courbe, le développement du rail extérieur est plus grand que celui du rail intérieur, dès lors, si l'on veut maintenir la position relative des joints a et b, si l'on désire, par exemple, conserver leur concordance (fig. 39), il faudra poser dans la file intérieure des rails de longueur l_1 plus courte que la longueur normale l des rails de la file extérieure. Sinon, l'avance des joints de la file intérieure sur ceux de la file extérieure deviendrait si grande que la fixation des attaches sur la traverse de contre-joint ne serait plus possible. Le joint tomberait en dehors de la traverse d'appui.

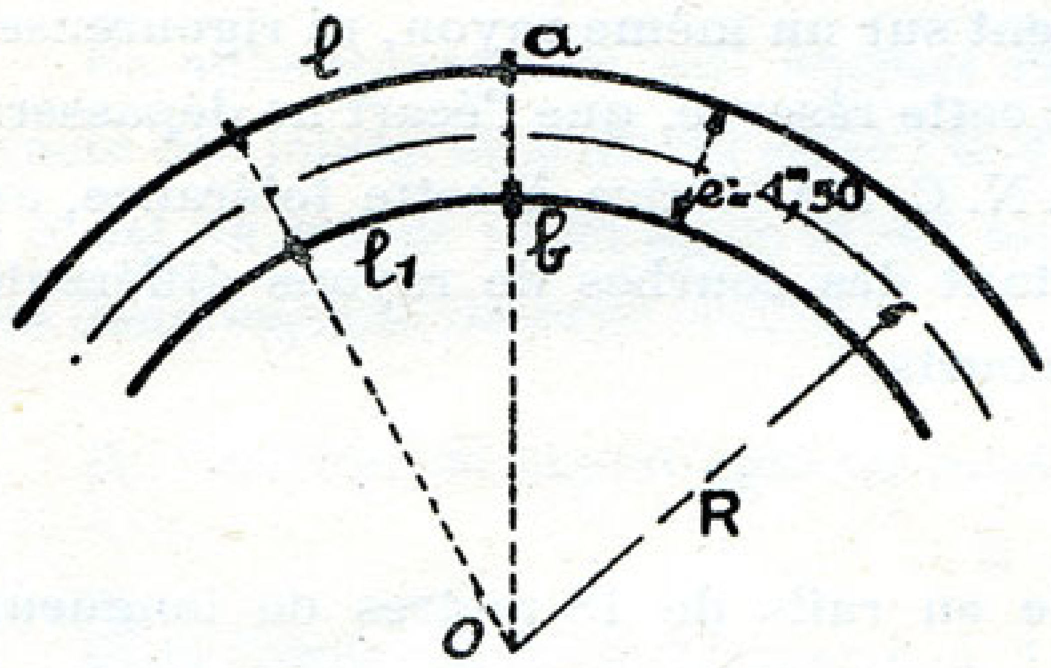

Fig. 39

---

[1] $A'C = y' = \frac{x'}{2}\,i$ (voir renvoi [1] page 48), $x' = 60$ m, dès lors, $A'C = 30\,i$.

L'emploi de rails courts se justifie encore lorsque la pose se fait par *joints alternés*. En effet, en vue de la répartition des appuis, il est nécessaire que les joints des rails de la file intérieure se trouvent sensiblement au milieu de la longueur des rails de la file extérieure et réciproquement.

A remarquer qu'il n'existe pas des rails longs et des rails courts, mais bien des rails de longueur normale et des rails courts.

Pour que les joints soient disposés sur un même rayon, on devra avoir :

$$\frac{l}{l_1} = \frac{R + \frac{e}{2}}{R - \frac{e}{2}}$$

ou

$$\frac{l - l_1}{l} = \frac{e}{R + \frac{e}{2}}$$

d'où

$$l - l_1 = l\left(\frac{e}{R + \frac{e}{2}}\right).$$

Mais on peut négliger $\frac{e}{2}$ vis-à-vis de R et on a :

$$d = l - l_1 = l\frac{e}{R} \qquad (1)$$

d'où

$$l_1 = l\left(1 - \frac{e}{R}\right). \qquad (2)$$

On devrait donc avoir autant de types de rails courts que la ligne comporterait de courbes de rayons différents. Ce procédé exigerait, toutefois, des approvisionnements considérables. C'est pourquoi, en pratique, on admet que les joints correspondants puissent ne pas se trouver rigoureusement sur un même rayon, ni rigoureusement au milieu de la file de rails opposée, avec cette réserve, que l'écart ne dépassera pas une certaine limite (3 centimètres à la S. N. C. B.). Grâce à cette tolérance, on peut poser la file intérieure d'une voie comportant des courbes de rayons différents en utilisant quelques types seulement de rails courts.

A. — **Rails de 18 mètres.**

Aux chemins de fer belges, pour la voie en rails de 18 mètres de longueur normale, on utilise des rails courts de 17,88 m soit une différence $d = 12$ centimètres et de 17,94 m soit une différence $d = 6$ centimètres.

D'après la formule (1) ci-dessus, un raccourcissement $d = l - l_1 = \frac{l \cdot e}{R}$ réaliserait la concordance exacte des joints dans les courbes de rayon $R = \frac{l \cdot e}{d}$; les rails envisagés correspondent respectivement aux rayons de :

$$\frac{18 \text{ m} \times 1{,}50 \text{ m}}{0{,}12 \text{ m}} = 225 \text{ m} \quad \text{et} \quad \frac{18 \text{ m} \times 1{,}50 \text{ m}}{0{,}06 \text{ m}} = 450 \text{ m.}$$

I. **Courbe dont le rayon est compris entre 225 m et 450 m.**

Dans ce cas, on pourra limiter le hors d'équerre des joints à 3 centimètres, en utilisant dans la file intérieure des rails de 17,88 m et 17,94 m ainsi que nous allons le montrer.

Soit, par exemple, une courbe de 270 m de rayon.

Si le 1[er] rail intérieur était un rail normal, le hors d'équerre du 2[e] joint serait égal à :

$$d = \frac{l \cdot e}{R} = \frac{18 \times 1{,}50}{270} = 0{,}10 \text{ m.}$$

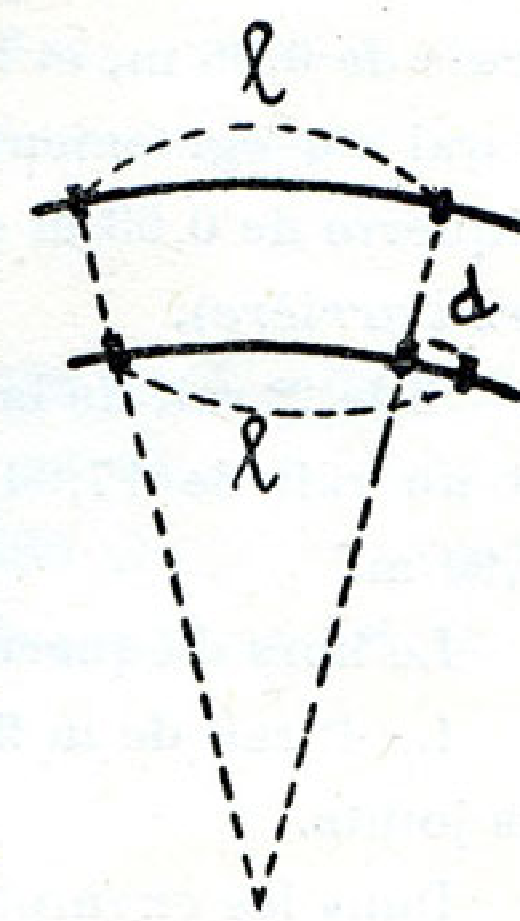

Fig. 40

En substituant à ce 1[er] rail, un rail de 17,88 m, le 2[e] joint recule de 0,12 m, c'est-à-dire que le hors d'équerre est de 0,12 m — 0,10 m = 0,02 m, *en arrière* du joint correspondant du rail extérieur.

Si le 2[e] rail de la file intérieure était un rail normal, le 3[e] joint suivant reprendrait une avance de d = 0,10 m, de sorte que le joint présenterait un hors d'équerre *en avant* de 0,10 m — 0,02 m = 0,08 m.

En substituant à ce rail normal, un rail de 17,94 m, le 3[e] joint recule de 0,06 m et le hors d'équerre se réduit à 0,08 m — 0,06 m = 0,02 m *vers l'avant.*

Si le 3[e] rail de la file intérieure était un rail normal, le 4[e] joint serait en avant de 0,02 m + 0,10 m = 0,12 m.

En substituant à ce rail normal un rail de 17,88 m, on rétablit la concordance exacte des joints, et ainsi de suite ; le 4[e] rail de la file extérieure est un rail de 17,88 m, le 5[e] est un rail de 17,94 m, le 6[e] est un rail de 17,88 m, etc. Il y a donc alternance des deux espèces de rails courts.

II. **Courbes de rayon égal ou supérieur à 450 m.**

$$d \leqslant 0{,}06 \text{ m.}$$

Pour limiter le hors d'équerre à 3 centimètres, on ne devra faire usage que de rails courts de 17,94 m (à l'exclusion de rails courts de 17,88 m), mais concurremment avec des rails de longueur normale.

En effet, soit une courbe de 600 m, par exemple.

Si le 1^{er} rail intérieur était un rail normal, le hors d'équerre *en avant* du 2^e joint serait égal à :

$$d = \frac{1{,}50 \times 18}{600} = 0{,}045 \text{ m}$$

c.-à-d. d plus grand que 3 cm.

En substituant à ce rail, un rail de 17,94 m, le 2^e joint recule de 0,06 m, c'est-à-dire que le hors d'équerre est de 0,06 m — 0,045 m = 0,015 m, *en arrière* du joint correspondant du rail extérieur.

Le 3^e joint suivant de la file intérieure reprendrait une avance de 0,045 m, si le 2^e rail de cette file était un rail normal, et le joint serait *en avant* de 0,045 m — 0,015 m = 0,030 m, *ce qui est admissible*.

Mais on remarque qu'en substituant à ce 2^e rail, un rail de 17,94 m, le joint recule de 0,06 m, et le hors d'équerre est de 0,06 m — 0,03 m = 0,03 m vers l'arrière ce qui est également admissible. Le 2^e rail peut donc être, soit un rail normal (hors d'équerre de 0,03 m *vers l'avant*), soit un rail de 17,94 m (hors d'équerre de 0,03 m *vers l'arrière*).

Si le 2^e rail de la file intérieure est normal, on trouve que le 3^e rail de cette file est un rail de 17,94 m et que, par ailleurs, ce 3^e rail est normal si le 2^e est un rail de 17,94 m.

Le hors d'équerre du 4^e joint intérieur est de 0,015 m vers l'avant.

Le 4^e rail de la file intérieure est un rail de 17,94 m, ce qui rétablit la concordance des joints.

Dans les exemples choisis, la concordance des joints se rétablit périodiquement, d'une manière rigoureusement mathématique.

Remarque. — Le rétablissement périodique de la concordance *absolue* des joints n'est pas nécessaire. Une concordance des joints à moins de deux mm ne s'impose pas, parce que la longueur des rails n'est pas non plus rigoureusement exacte, des tolérances étant admises lors de leur réception dans les usines.

III. Courbes de rayon quelconque.

On arrive, après avoir placé n rails (*courts et normaux*) dans la file intérieure, à une concordance à $x \leqslant 2\,n$ millimètres ; dès ce moment, pour ne pas allonger la période amenant une concordance plus rigoureuse et non justifiée en pratique, on rétablit la concordance au $(n + 1)^e$ joint, en élargissant les n joints précédents d'une des files extérieure ou intérieure et en rétrécissant les n joints précédents de l'autre file d'une quantité qui ne dépasse pas $\frac{2\,n}{2\,n}$ ou 1 mm.

Dans les courbes de plus de 13.500 mètres, on n'emploie plus de rails courts, la différence de développement des 2 files étant inférieure à 2 mm *pour 18 m* de longueur de voie. On corrige le hors d'équerre à chaque joint.

Remarques.

1. — On doit corriger le hors d'équerre qui subsisterait dans les alignements tangents aux courbes, en rattrapant, si possible, 2 mm à chaque joint de rail ; au besoin, on rétablira l'écartement si le hors d'équerre est voisin de 30 mm, au moyen d'un rail spécial, que l'on coupera et forera sur place, en se servant d'un rail de 18 m qui n'a été foré à l'usine que d'un seul côté.

2. — S'il existe des raccords paraboliques, la longueur d'arc de cercle à considérer est celle de l'arc de cercle existant dans la voie, augmentée de la moitié de la longueur des raccords paraboliques tangents à cet arc de cercle.

3. — Dans les courbes *de moins* de 225 m de rayon, $d > 12$ cm, on doit mettre en œuvre des rails tous plus courts que 17,88 m, dont il n'existe pas d'approvisionnement et que l'on coupe et fore sur place.

Nous avons vu :

que d'une part dans les courbes de rayon compris entre 225 m ($d = 12$ cm) et 450 m ($d = 6$ cm), il faut recourir à deux espèces de rails courts : 17,94 m et 17,88 m ;

et que, d'autre part, pour les courbes de rayon *supérieur* à 450 m ($d < 6$ cm) des rails courts de 17,94 m, conjugués avec des rails normaux, suffisent pour limiter le hors d'équerre à 3 cm.

B. — **Rails de 27 mètres.**

Pour la pose en rails de 27 mètres, les rails courts mesurent 26,88 m et 26,94 m, la différence est donc de 12 centimètres et de 6 centimètres comme pour le rail de 18 mètres.

Les rails de 26,88 m et de 26,94 m réalisent la concordance exacte des joints des deux files de rails dans les courbes dont les rayons sont égaux respectivement à :

$$\frac{27 \times 1{,}50}{0{,}12} = 337{,}50 \text{ m} \qquad \text{et} \qquad \frac{27 \times 1{,}50}{0{,}06} = 675 \text{ m.}$$

Pour les courbes de 337,50 m à 675 m de rayon, on doit employer des rails courts de 26,94 m et de 26,88 tandis que pour les courbes de rayon supérieur à 675 m, on n'emploie que des rails courts de 26,94 m conjugués avec des rails normaux.

Dans les courbes de plus de 20.300 m, les rails courts ne sont plus employés.

Contre-rail dans les courbes

Sur certains réseaux, en Angleterre notamment, on place dans les courbes un contre-rail le long de la file intérieure pour protéger le rail extérieur et parer au ripage de la voie.

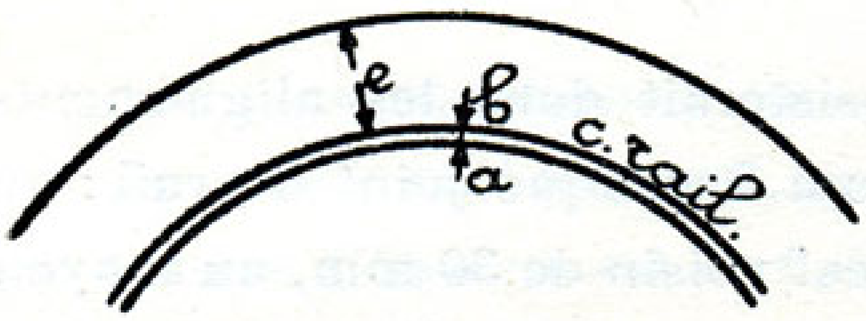

Fig. 41

La largeur de l'ornière *a b* doit augmenter à mesure que le rayon diminue, en d'autres termes, *e* doit être constant et toute la surlargeur doit être donnée entre *b* et *a*.

Courbes et contre-courbes

Lorsque la voie présente deux courbes consécutives de sens inverse, il convient de ménager entre les deux raccordements paraboliques AB, CD, une certaine longueur d'alignement droit BC destiné à « rasseoir » en quelque sorte les véhicules à la faveur de cette partie de voie établie sans dévers. Sinon les véhicules passeraient brusquement d'un dévers à un autre de sens inverse et subiraient un mouvement de torsion.

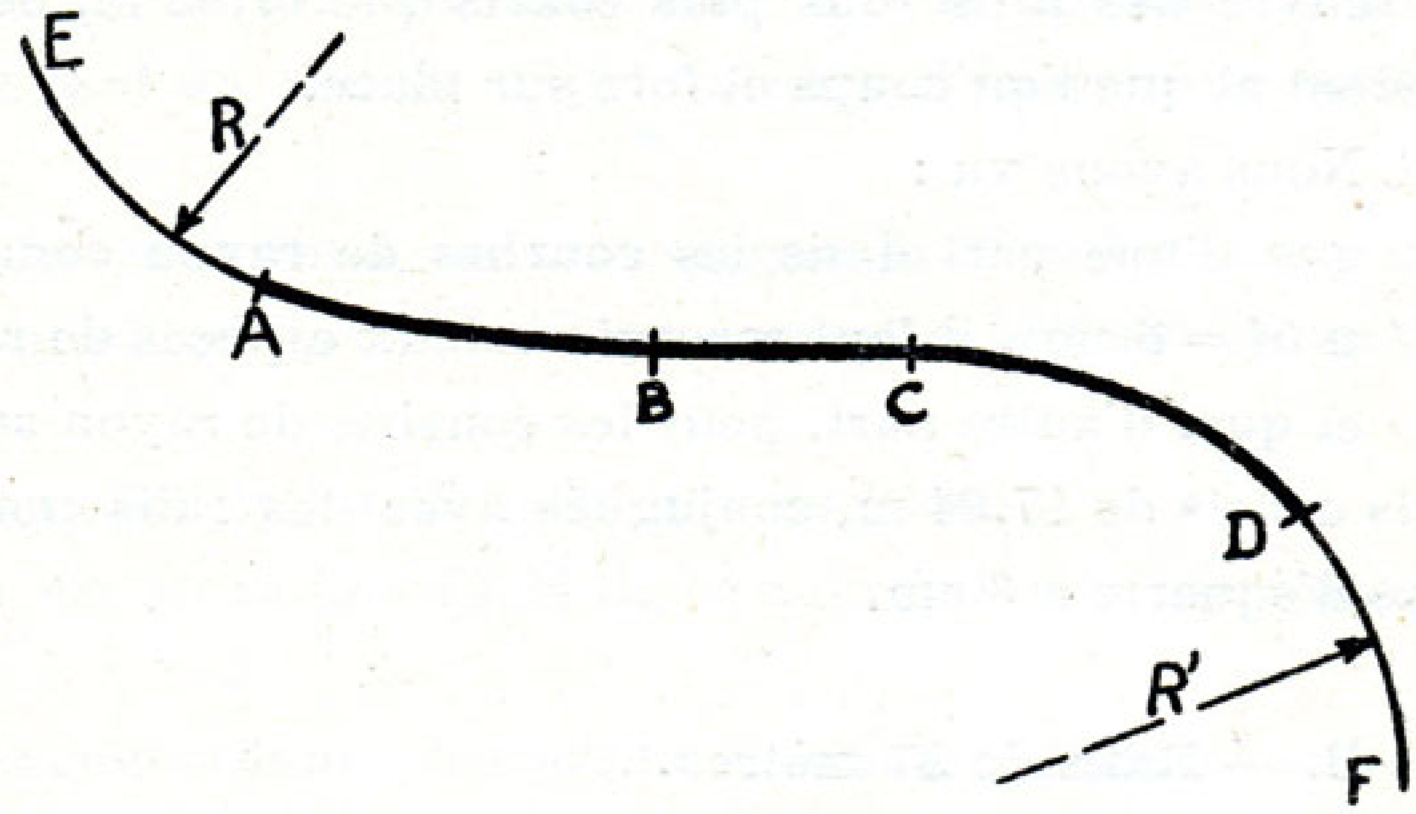

Fig. 42

La longueur de l'alignement droit doit être au moins égale à la longueur d'un véhicule (15 mètres) et si possible être égale à 30 mètres.

Ulysse LAMALLE.

Novembre 1948.

TABLE SYSTÉMATIQUE

POSE DE LA VOIE EN COURBE

3e édition

TABLE ALPHABÉTIQUE