32-42

Annexe à l'Avis 20 V de 1954.

SOCIÉTÉ NATIONALE DES CHEMINS DE FER BELGES

B

SERVICE DE LA VOIE

RECTIFICATION DES COURBES UTILISATION DE L'APPAREIL " MEDICO "

1954

SOCIÉTÉ NATIONALE
DES
CHEMINS DE FER BELGES

DIRECTION DE LA VOIE

DIVISION 32-4.

2 annexes.

Bruxelles, le 12 novembre 1954.

32 - 42

AVIS N° 20 V

Distribution : 3 — 1, 2, 3, 5 (1 ex.) (31-1, 32-1, 32-2, 32-3, 32-4, 35).
33 — 1, 2, 3, 9, 5A, 5D, 5M.
333 — 1, 2, 5.
333 — 10 (en ce qui concerne le chapitre V.)

RECTIFICATION DES COURBES PAR LA MÉTHODE DES FLÈCHES.

UTILISATION DE L'APPAREIL " MEDICO "

Veuillez trouver en annexe une notice contenant toutes les instructions à suivre pour la rectification et l'abornement des courbes.

Le Directeur de la Voie,
BOUCIQUE.

75.526-9-54 (420).

RECTIFICATION DES COURBES PAR LA MÉTHODE DES FLÈCHES.

UTILISATION DU « MEDICO ».

INTRODUCTION.

Les courbes de chemins de fer sont caractérisées par :

1° le tracé, comportant, d'une part, les arcs circulaires et, d'autre part, les raccords progressifs;

2° le dévers (ou surhaussement);

3° le surécartement.

Le tracé et le dévers vont de pair; du maintien correct de ces deux caractéristiques de la voie dépend la circulation aisée des voitures en courbe. Pour maintenir la voie dans son état original (ou théorique) il faut donc d'abord pouvoir déceler les défauts et ensuite les corriger d'une façon appropriée. Les variations de dévers et de nivellement en général sont rectifiées par la *méthode du soufflage mesuré* (niveau V.D.B. et lunette). Pour la rectification des défauts de tracé, plusieurs méthodes ont été étudiées et mises en pratique; elles sont quasi toutes basées sur les mêmes principes, c'est-à-dire la mesure des flèches de la courbe sur une corde de longueur constante et la correction de ces flèches compte tenu de certaines conditions.

Considérons une courbe quelconque (fig. 1); nous y mesurons les flèches, sur une corde de longueur constante l, dont les extrémités sont placées successivement en des points 1, 2, 3, etc. équidistants de $\frac{l}{2}$ l'un de l'autre. Portons sur l'axe

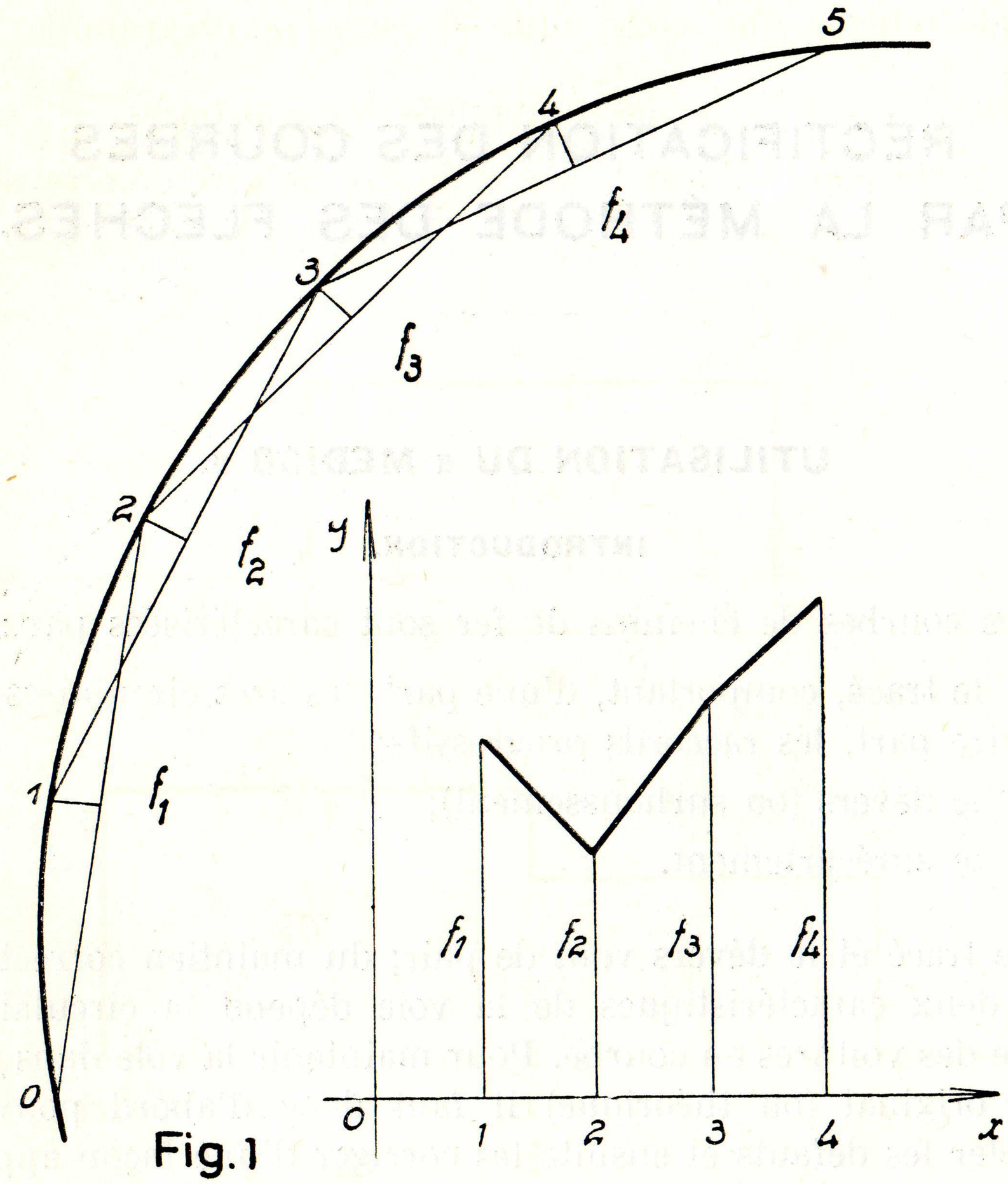


Fig. 1

des abscisses Ox d'un système d'axes de coordonnées rectangles (Ox, Oy) les équidistances $\frac{l}{2}$ à une certaine échelle et sur l'axe des ordonnées Oy les flèches mesurées en vraie grandeur; relions les points ainsi obtenus par une ligne brisée : nous obtenons le *diagramme des flèches* pour la courbe considérée.

A part le diagramme des flèches, il est encore intéressant de considérer le *diagramme des courbures*.

Pour obtenir ce diagramme il suffit de porter à une certaine échelle sur l'axe des abscisses Ox les distances mesu-

rées suivant l'axe de la voie (on choisira de préférence la même échelle que celle utilisée pour le diagramme des flèches) et sur l'axe des ordonnées les courbures $\frac{1}{R}$ aux différents points. Dans le cas d'un arc de cercle entre deux

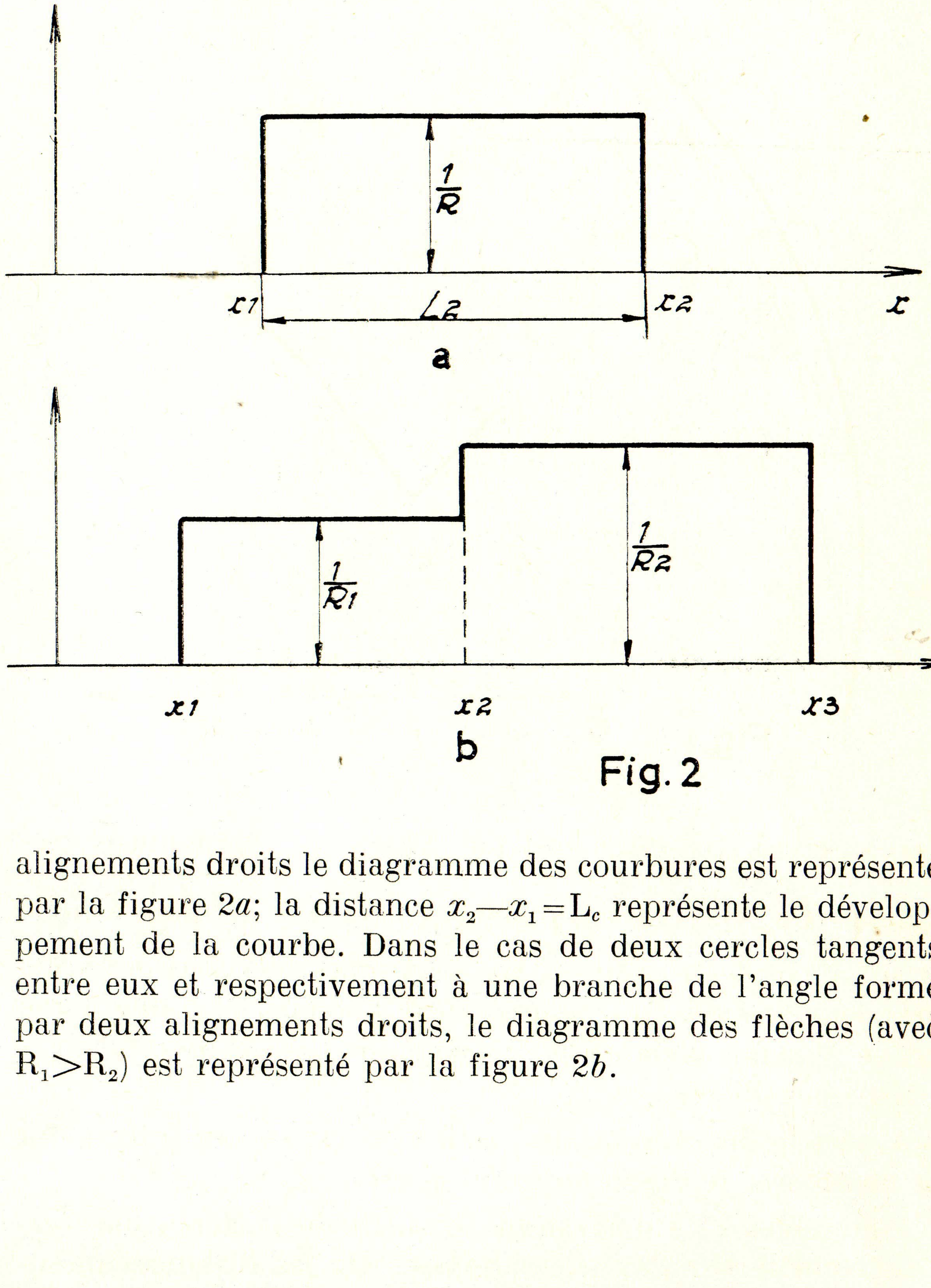


Fig. 2

alignements droits le diagramme des courbures est représenté par la figure 2*a*; la distance $x_2 — x_1 = L_c$ représente le développement de la courbe. Dans le cas de deux cercles tangents entre eux et respectivement à une branche de l'angle formé par deux alignements droits, le diagramme des flèches (avec $R_1 > R_2$) est représenté par la figure 2*b*.

CHAPITRE PREMIER.

DIAGRAMMES DES FLÈCHES DES COURBES RÉGULIÈRES.

Les courbes de chemins de fer se composent généralement d'un ou de plusieurs arcs de cercles tangents entre eux et aux alignements droits qu'ils raccordent; la tangence aux différents points de raccord soit entre deux cercles, soit entre cercle et alignement droit, est généralement réalisée par l'intermédiaire d'un tronçon de courbe de forme parabolique.

A. — COURBES DONT LE DÉVELOPPEMENT EST UN MULTIPLE DE LA DEMI-LONGUEUR DE LA CORDE.

Dans ce cas les points de tangence entre cercles ou entre cercle et alignement coïncident toujours avec un point de l'abornement.

1er cas : Arc de cercle tangent à deux alignements droits.

Considérons l'alignement droit AT (fig. 3) et la courbe circulaire TT′ de rayon R tangent en T à l'alignement droit.

Il importe d'abord de mesurer les flèches de cette courbe correspondant à une corde de longueur l. A cet effet on porte, à partir de T, sur l'alignement droit une longueur $\frac{l}{2}$; on obtient ainsi le *point d'approche* O; le point T (ou 1) est le *point de tangence*. Après avoir déterminé les points 2, 3, 4... sur l'arc de cercle de manière à avoir les cordes $02=13=24=\ldots=l$, on mesure les flèches au milieu de ces cordes; la flèche f_i au point i de la courbe est mesurée au milieu de la corde tendue entre les points $(i-1)$ et $(i+1)$ de la courbe.

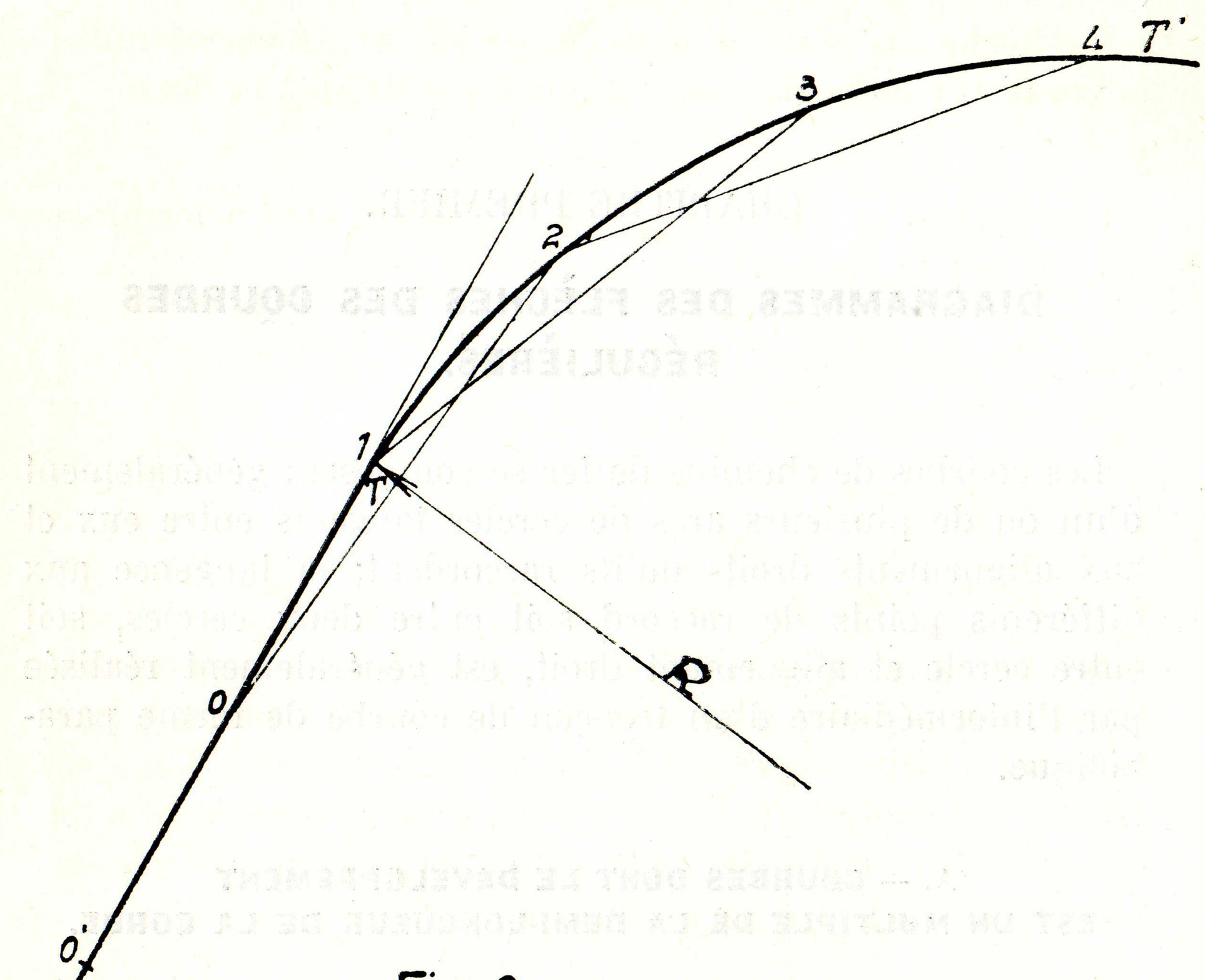


Fig 3

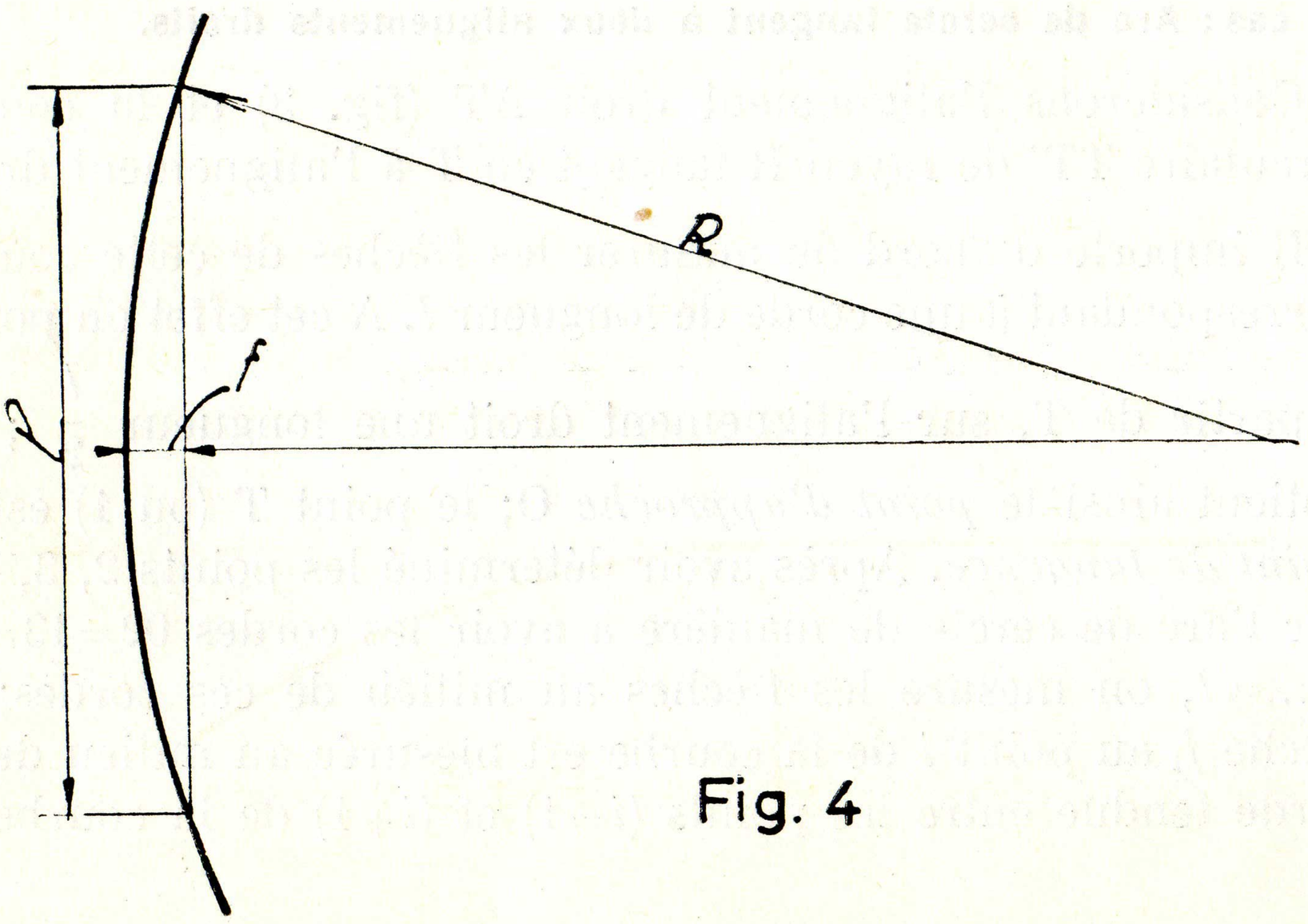


Fig. 4

La flèche au point d'approche O est évidemment nulle : la corde O'1 coïncide avec l'alignement droit AT; donc :

$$f_0 = 0.$$

Les flèches aux points 2, 3, 4... peuvent être déterminées (fig. 4) par la formule

$$(1) \qquad \frac{l^2}{4} = (2R - f_c)\, f_c,$$

où

l = longueur de la corde;
R = rayon de la courbe;
f_c = flèche mesurée sous la corde de longueur l.

La longueur de la corde doit être choisie en rapport avec le rayon de la courbe, de telle manière que l'on puisse admettre sans erreur appréciable que la longueur de l'arc soit égale à la longueur de la corde sous-tendue. Il en résulte que dans la formule précédente la valeur de f_c^2 peut être négligée par rapport à la valeur de $2Rf_c$; d'où

$$(2) \qquad f_c = \frac{l^2}{8\,R}.$$

Pour les courbes dont le rayon est plus grand que 250 m, une corde de 20 m de longueur suffit; pour les courbes de rayon inférieur il est indiqué d'utiliser une corde de 10 m.

Dans l'hypothèse $l = 20$ m, les flèches du cercle se calculent donc par

$$(2') \qquad f_c = \frac{50}{R}.$$

La flèche au point 1 est déterminée par la longueur 11' (fig. 5). En considérant que la longueur 12' est approximati-

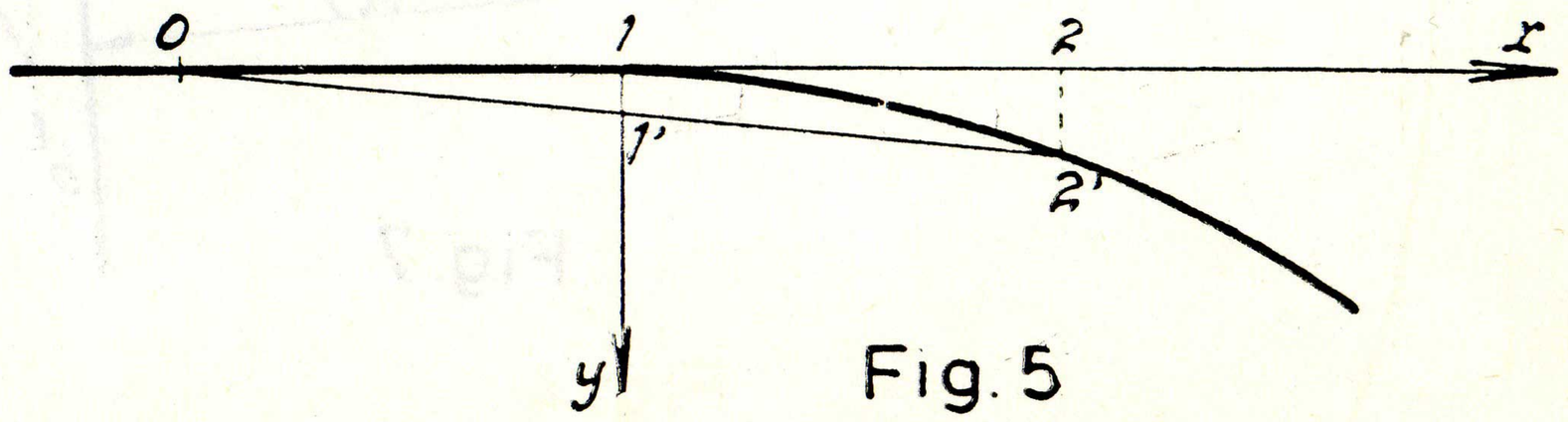
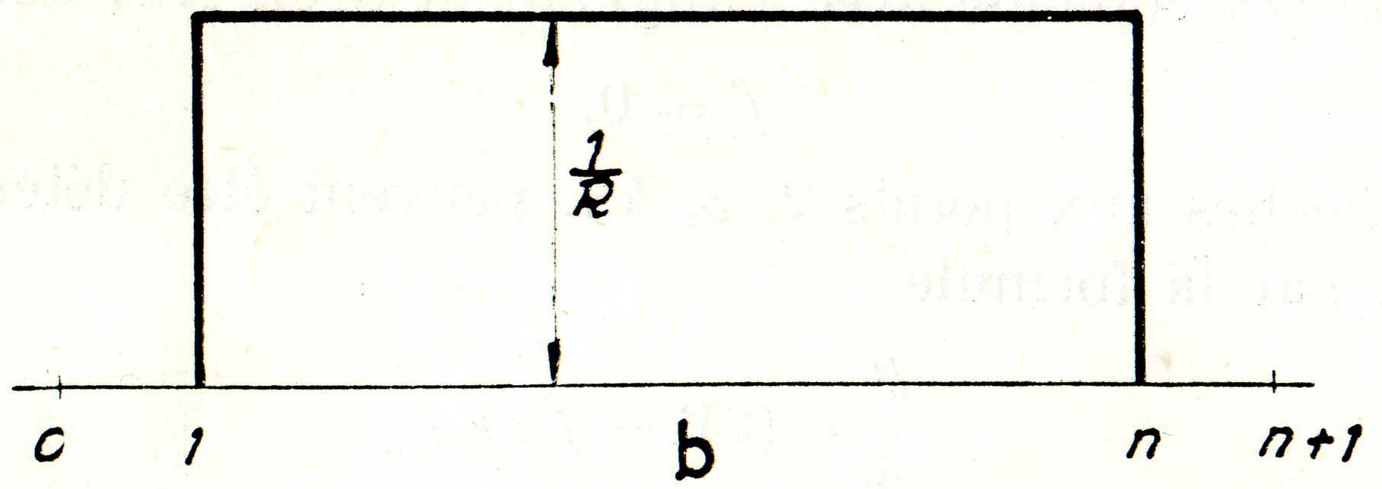


Fig. 5


1/k
c
1
b
n
n+1

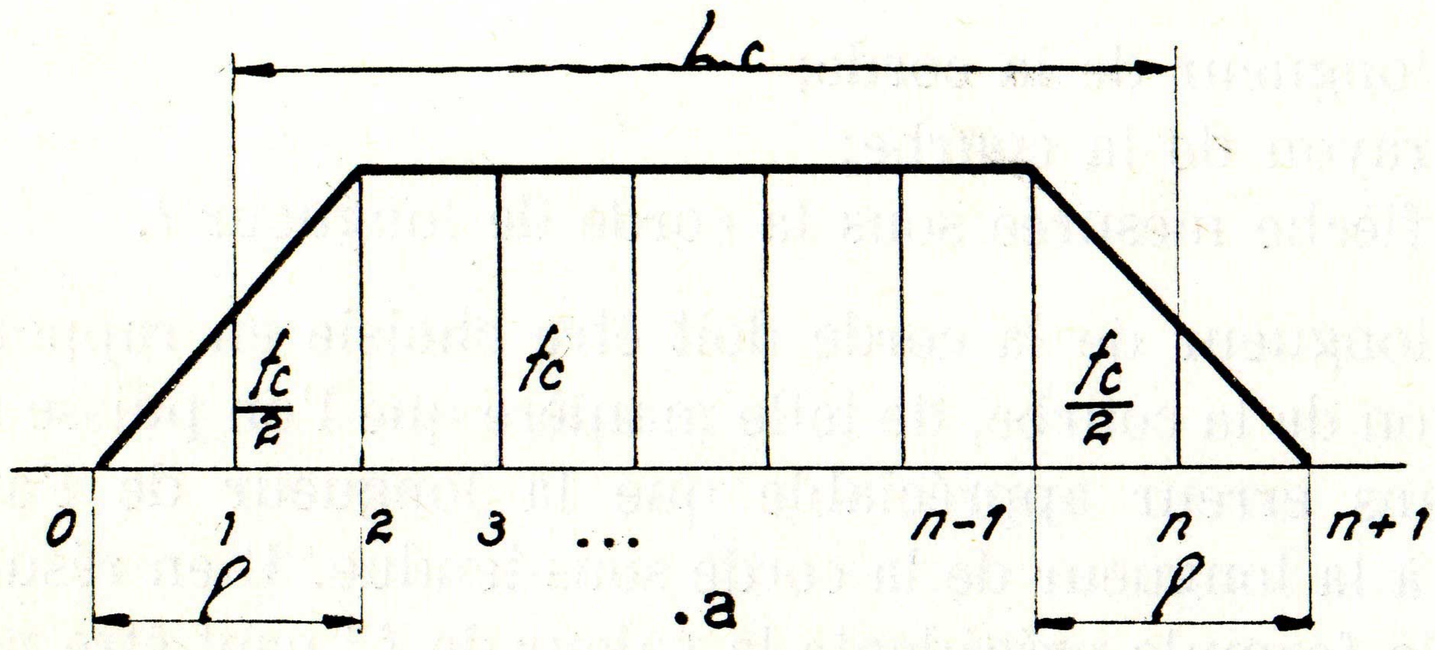

b.c
fc/2
fc
fc/2
0
1
2
3
...
n-1
n
n+1
ℓ
ℓ
.a

Fig. 6

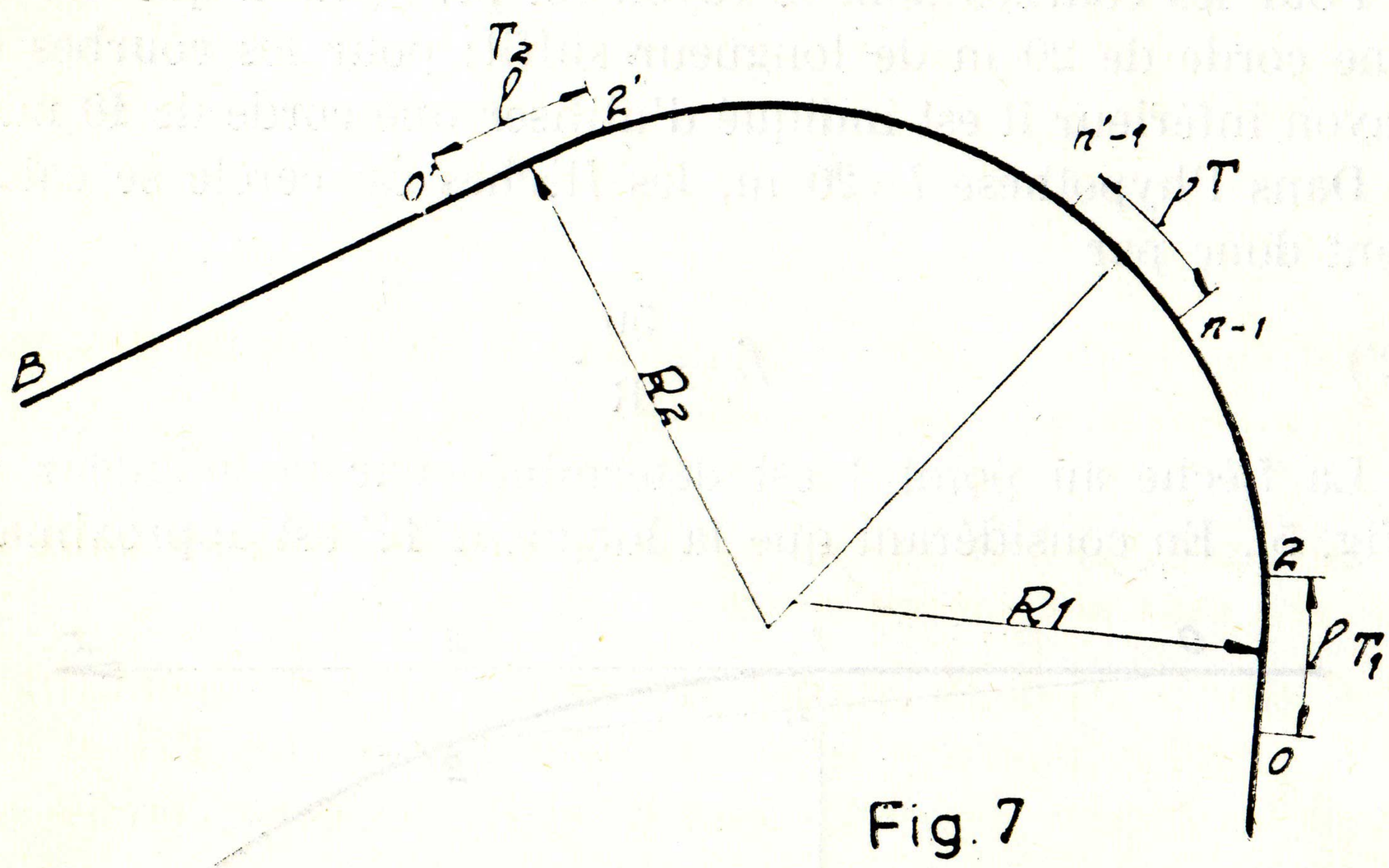

T2
ℓ
2'
0'
n'-1
ρT
n-1
B
R2
2
R1
ρT1
0

Fig. 7

vement égale à la longueur O1, on peut conclure que 11′ est égal à la moitié de 22′. Dans un système de coordonnées rectangles ayant son origine au point 1, on peut remplacer l'équation du cercle de rayon R dans le voisinage du point de tangence 1 par l'équation de la parabole :

$$y = \frac{x^2}{2\,R} \cdot \tag{3}$$

Pour $x = 12' = \frac{l}{2}$ on aura donc

$$y_{2'} = 22' = \frac{l^2}{8\,R} = f_c, \tag{3'}$$

d'où

$$f_1 = \frac{1}{2} f_c. \tag{4}$$

Nous pourrions répéter les mêmes considérations pour l'autre extrémité de la courbe, de sorte que le diagramme des flèches dans ce premier cas est représenté par un trapèze (fig. 6) où les côtés obliques s'étendent sur une longueur l (nous admettons que les flèches progressent suivant une loi linéaire entre les points 0 et 2). L'inclinaison de ces deux côtés obliques est déterminée par

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{f_c}{l} \cdot \tag{5}$$

La figure 6 représente également le diagramme des courbures pour la courbe considérée ci-dessus.

2e cas : Deux arcs de cercles de rayon différent tangents entre eux et à deux alignements droits.

Considérons deux alignements droits qui se coupent (fig. 7) AT_1 et BT_2, tangents respectivement aux cercles T_1T et T_2T, dont les rayons respectifs sont R_1 et R_2; les deux cercles sont tangents entre eux aux points T.

En vertu des considérations émises lors de l'examen du

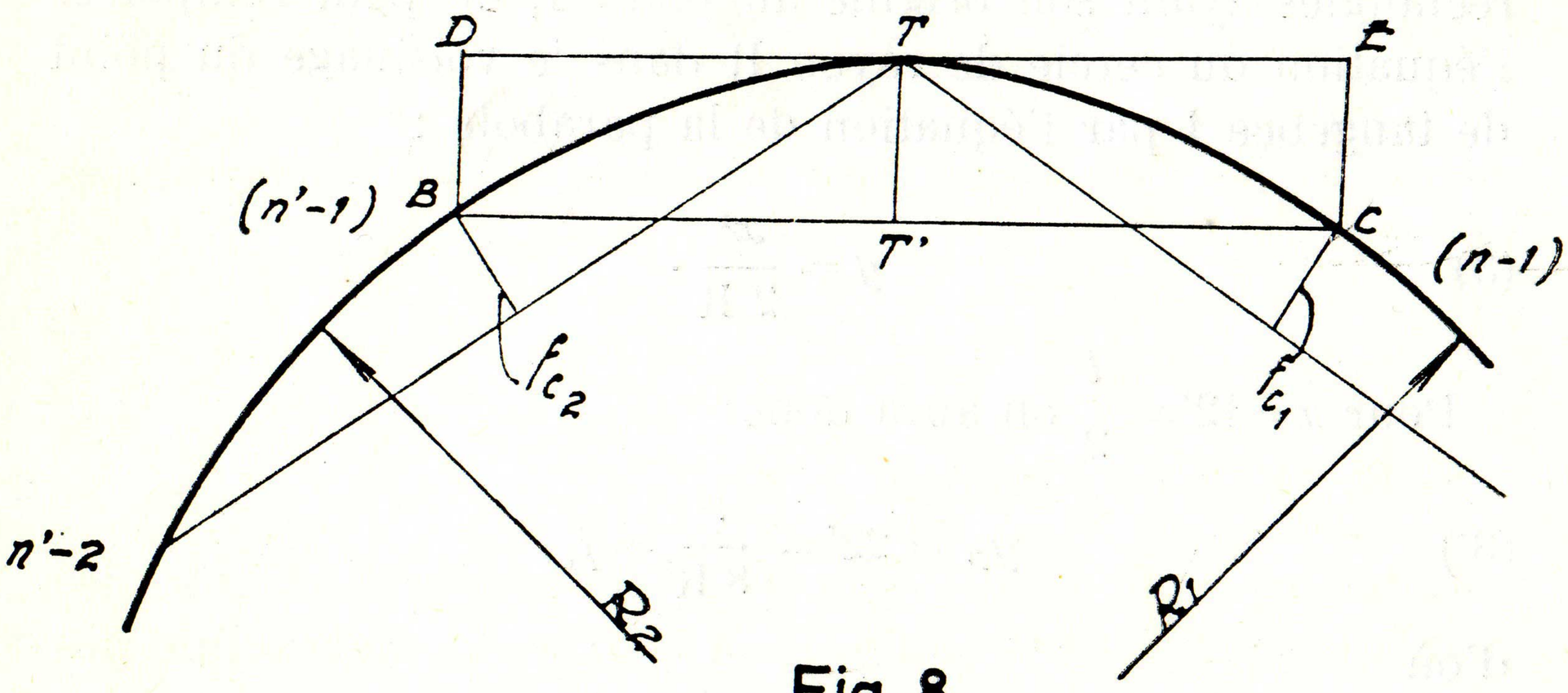

D
T
E
(n'-1) B
C
T'
(n-1)
f_{c2}
f_{c1}
n'-2
R_2
R_1

Fig. 8

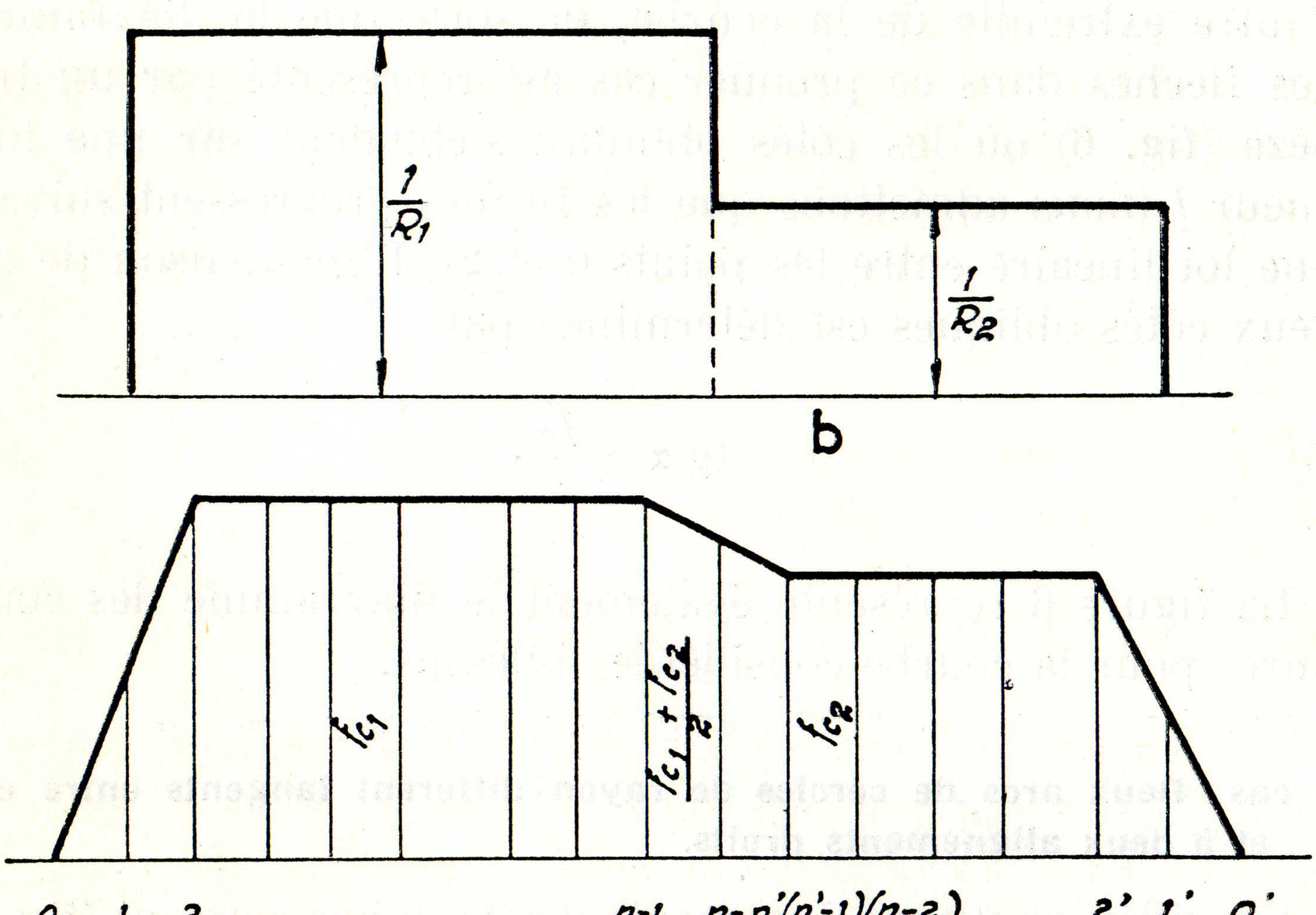

$\frac{1}{R_1}$
$\frac{1}{R_2}$
b
f_{c1}
$\frac{f_{c1}+f_{c2}}{2}$
f_{c2}
0 1 2
n-1 n=n'(n'-1)(n-2)... 2' 1' 0'
a

Fig. 9

premier cas, nous savons que les flèches de l'arc de cercle R_1 sont déterminées par

$$f_{c_1} = \frac{l^2}{2R_1}.$$

de même les flèches de l'arc de cercle R_2 sont déterminées par

$$f_{c_2} = \frac{l^2}{2R_2}.$$

Si $R_1 < R_2$ nous aurons $f_{c_1} > f_{c_2}$.

Entre les points 0 et 2 à l'origine de la courbe et entre les points 0′ et 2′ à l'extrémité de la courbe, le diagramme des flèches est linéaire entre la valeur zéro et f_{c_1} et f_{c_2} respectivement.

Entre les points n—1 et n′—1 le diagramme des flèches doit varier de la valeur f_{c_1} à la valeur f_{c_2}. La flèche $f_T = f_n$ au point de tangence T vaut TT′ (voir fig. 8). Considérant que TB = TC, nous pouvons admettre sans erreur appréciable que TD = TE.

Dans le trapèze DECB nous avons

$$TT' = f_T = \frac{BD + CE}{2}.$$

Nous avons démontré précédemment (fig. 5) que $BD = f_{c_2}$ et $CE = f_{c_1}$; de sorte que

$$f_T = \frac{f_{c_1} + f_{c_2}}{2}. \tag{6}$$

Les flèches aux points C (ou n—1), n—2, etc. son égales à f_{c_1}, et celles aux points B (ou n'—1), n'—2, etc. sont égales à f_{c_2}; la flèche au point de tangence T entre les deux arcs de cercles est donc égale à la moyenne des deux flèches voisines.

Dans ce cas, le diagramme des flèches est représenté par la figure 9, où le diagramme des courbures pour les courbes considérées a également été représenté.

3e cas : Arc de cercle raccordé à un alignement droit par une courbe parabolique (raccord parabolique).

Rappelons qu'un raccord parabolique est une courbe dont le rayon de courbure varie d'une manière continue entre

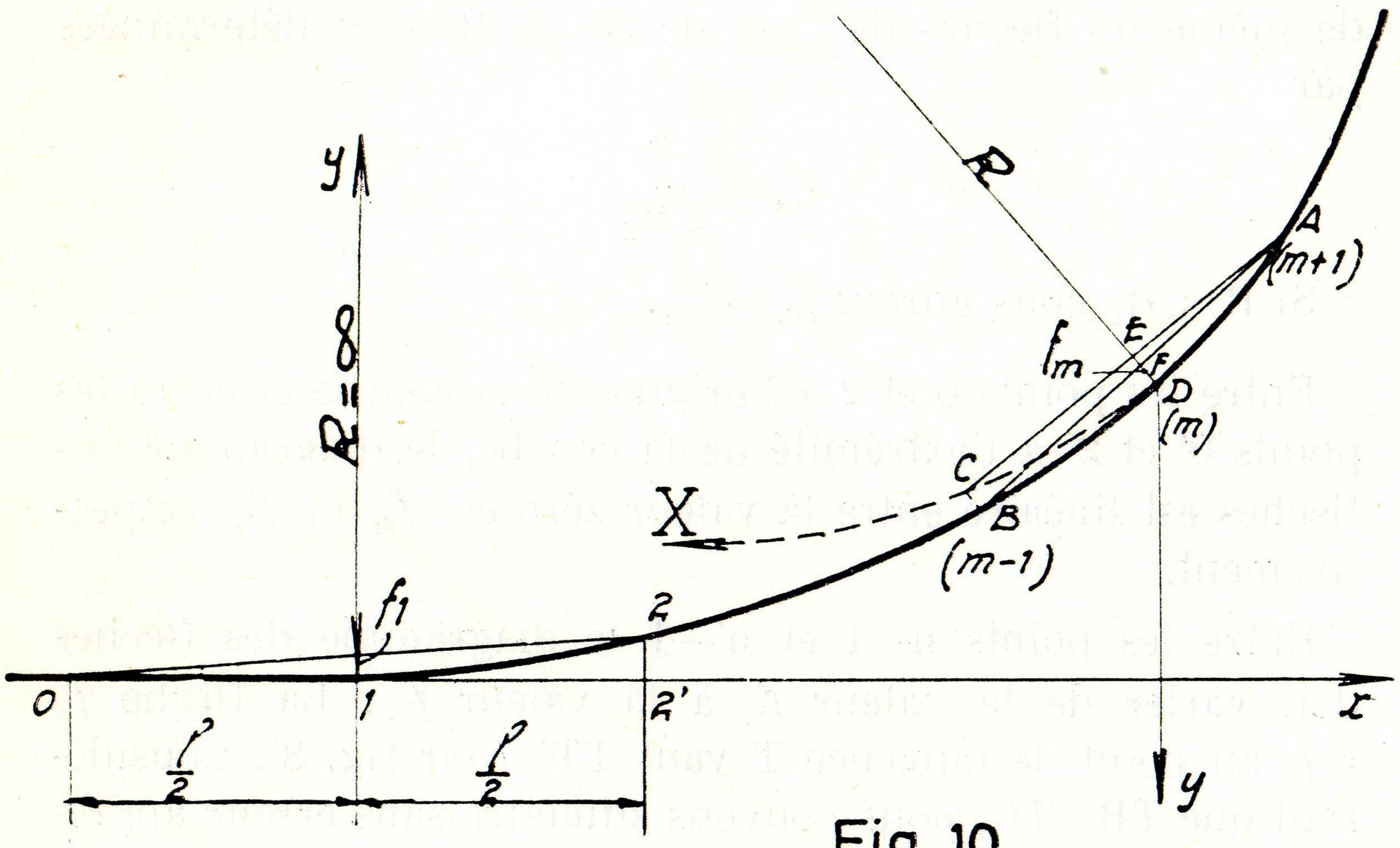


Fig. 10

une valeur infinie, au point de tangence avec l'alignement droit, et la valeur R, qui est la grandeur du rayon de courbure au point de tangence avec la courbe de rayon R (fig. 10).

La courbure qui est l'inverse du rayon de courbure varie donc d'une manière continue de zéro, au point 1, à $\frac{1}{R}$ courbure de la courbe au point *m*.

Le diagramme des courbures est donc représenté (fig. 11)

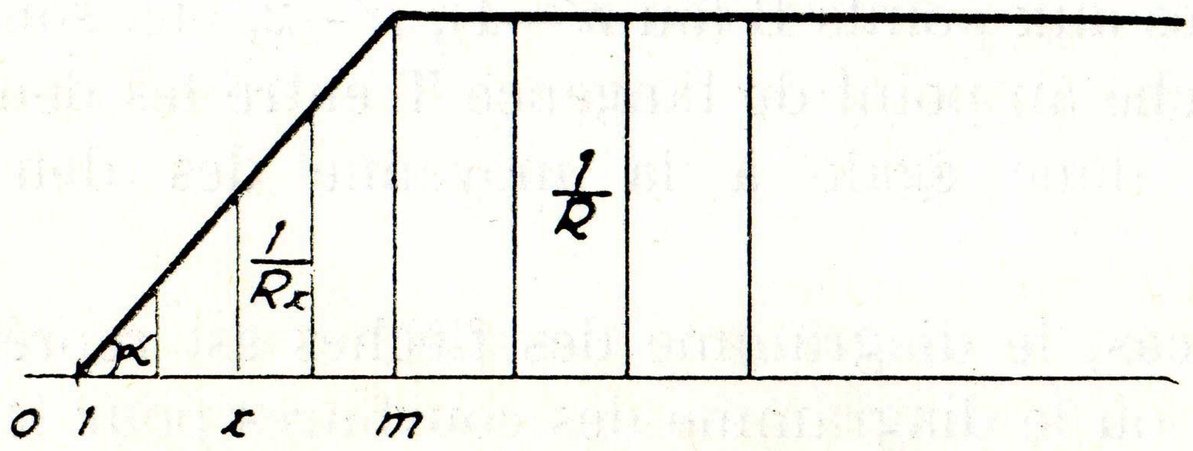


Fig.11

par une droite inclinée qui coupe, d'une part, l'axe des abscisses au point 1 et, d'autre part, une parallèle à l'axe des abscisses dont l'ordonnée est égale à $\frac{1}{R}$ au droit du point m. La courbure en un point du raccord parabolique situé à une distance $1x=x$ du point de tangence 1 est déterminée par

$$\frac{1}{R_x} = x \cdot \operatorname{tg} \alpha, \qquad \text{où } \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{R \cdot m} \tag{7}$$

(m étant la distance du point m au point 1).

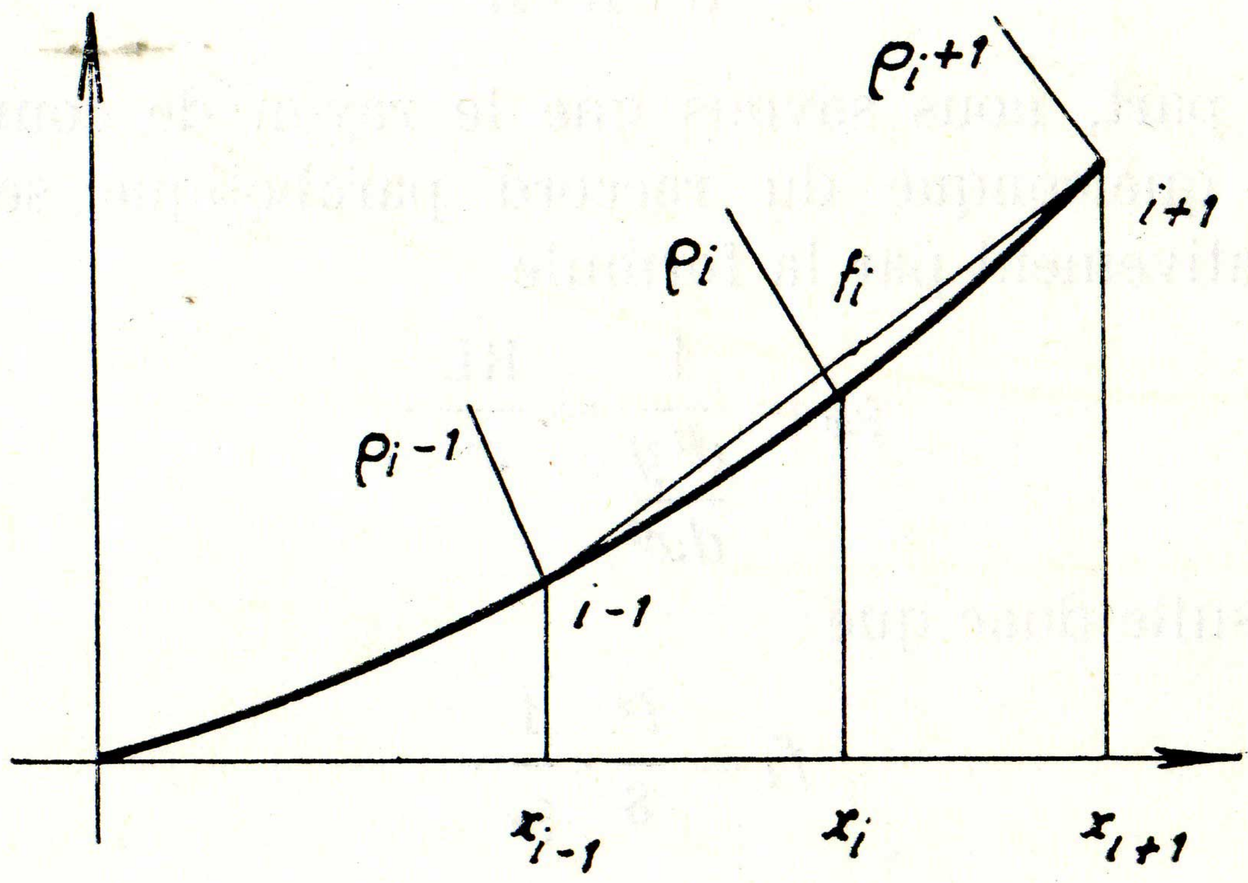


Fig. 12

Calculons la flèche f_i en un point quelconque i du raccord parabolique (fig. 12). L'équation du raccord parabolique par rapport à un système d'axes de coordonnées rectangles est

$$y = \frac{x^3}{6\,RL}, \tag{8}$$

dans laquelle L représente la longueur du raccord parabolique.

Sans erreur appréciable,

$$f_i + y_i = \frac{y_{i-1} + y_{i+1}}{2}. \tag{9}$$

d'où, en introduisant la valeur de y,

$$f_i = \frac{x_{i-1}^3 - 2x_i^3 + x_{i+1}^3}{12\,RL}. \tag{10}$$

En admettant que

$$\left.\begin{aligned} x_{i+1} - x_i &= \frac{l}{2} \\ x_i - x_{i-1} &= \frac{l}{2} \end{aligned}\right\} \quad x_{i+1} - x_{i-1} = l,$$

on trouve finalement

$$f_i = \frac{l^2}{8} \cdot \frac{x_i}{R \cdot L}. \tag{11}$$

D'autre part, nous savons que le rayon de courbure en un point quelconque du raccord parabolique se calcule approximativement par la formule

$$\rho_x = \frac{1}{\frac{d^2y}{dx^2}} = \frac{RL}{x}. \tag{12}$$

Il en résulte donc que

$$f_i = \frac{l^2}{8} \cdot \frac{1}{\rho_i}. \tag{11'}$$

La longueur l étant une constante, nous voyons que les flèches d'un raccord parabolique sont proportionnelles à la courbure; par conséquent, elles suivent une loi linéaire comme la courbure. Le diagramme des flèches d'un raccord parabolique est donc une droite inclinée AB (fig. 13); la flèche en un point quelconque se calcule par

$$f_i = i \cdot \operatorname{tg} \alpha', \tag{13}$$

où

$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{f_c}{L}$ $\quad f_c =$ flèche de l'arc de cercle.

$L =$ longueur du raccord parabolique.

Le taux d'accroissement uniforme a des flèches est déterminé par :

$$a = \frac{l}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha',$$

ou
$$a = \frac{l}{2} \cdot \frac{f_c}{L},$$

ou encore, en introduisant la valeur de f_c,

(14)
$$a = \frac{l^3}{16RL} = \frac{l^2}{8R} \cdot \frac{l}{2L}.$$

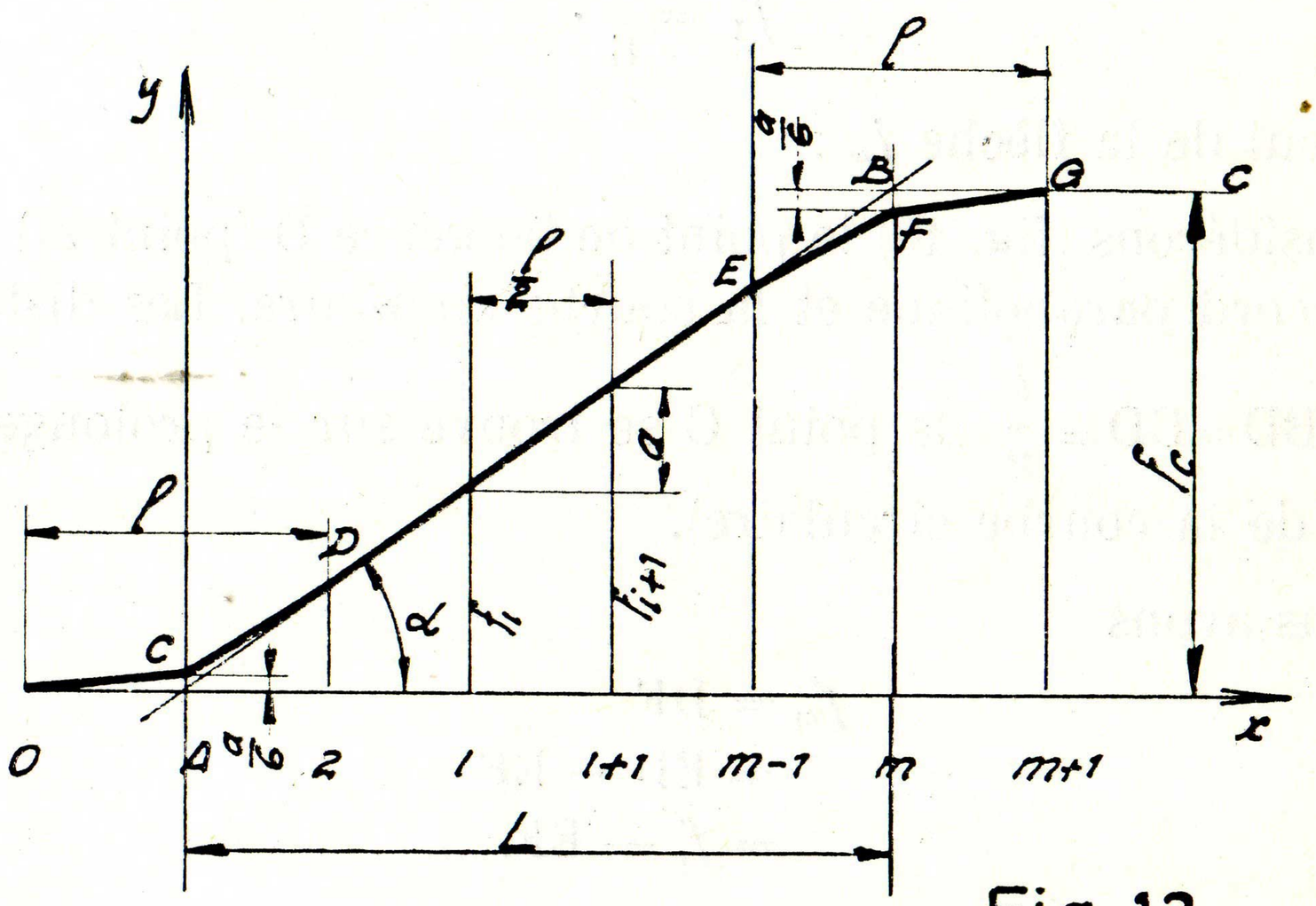


Fig. 13

La valeur $\frac{2L}{l} = m-1$ exprime la longueur du raccord parabolique en fonction de la demi-équidistance; en fonction de cette valeur le taux d'accroissement des flèches s'écrit aussi

(14′)
$$a = \frac{f_c}{m-1}.$$

Toutefois, pour les deux points de tangence 1 et m, la valeur de la flèche n'est pas déterminée par la relation (13). En effet, dans le diagramme ABC (fig. 13), la flèche au point 1 est nulle, ce qui ne correspond pas à la réalité, car nous relevons une flèche f_1 au point 1 (fig. 10). D'autre part, suivant le même diagramme ABC, la flèche au point m serait égale à la flèche de l'arc de cercle, ce qui n'est pas le cas en réalité, puisqu'une des extrémités de la corde repose sur le raccord parabolique.

Calcul de la flèche f_1 :

En analysant la figure 10 on trouve

$$f_1 = \frac{1}{2} \cdot 22' = \frac{1}{2} \cdot \frac{l^3}{48\,RL} = \frac{l^3}{16\,RL} \cdot \frac{1}{6},$$

ou encore

$$f_1 = \frac{a}{6}. \tag{15}$$

Calcul de la flèche f_m :

Considérons (fig. 10) le point de tangence D (point m) entre le raccord parabolique et la courbe circulaire. Les distances $AD = BD = CD = \frac{l}{2}$ (le point C se trouve sur le prolongement fictif de la courbe circulaire).

Nous avons

$$\begin{aligned} f_m &= DF \\ &= ED - EF \\ &= f_c - EF. \end{aligned}$$

et

$$EF \approx \frac{1}{2} BC.$$

On démontre que l'équation du raccord parabolique rapporté à un système d'axes de coordonnées, composées, d'une part, du cercle et, d'autre part, d'une parallèle à l'axe des ordonnées et ayant le point de tangence comme origine, s'écrit

$$Y = \frac{X^3}{6\,RL}, \tag{16}$$

de sorte que

$$BC = \frac{l^3}{48\,RL},$$

d'où

$$f_m = f_c - \frac{1}{2} \cdot \frac{l^3}{48\,RL},$$

soit

$$f_m = f_c - \frac{a}{6}.$$

Le diagramme des flèches d'un raccord parabolique sera donc représenté par le polygone OCDEFG de la figure 13, la valeur des flèches aux différents points étant

(18) $f_1 = \frac{a}{6},\ f_2 = a,\ f_3 = 2a \cdots f_{m-1} = (m-2)a,\ f_m = f_c - \frac{a}{6}.$

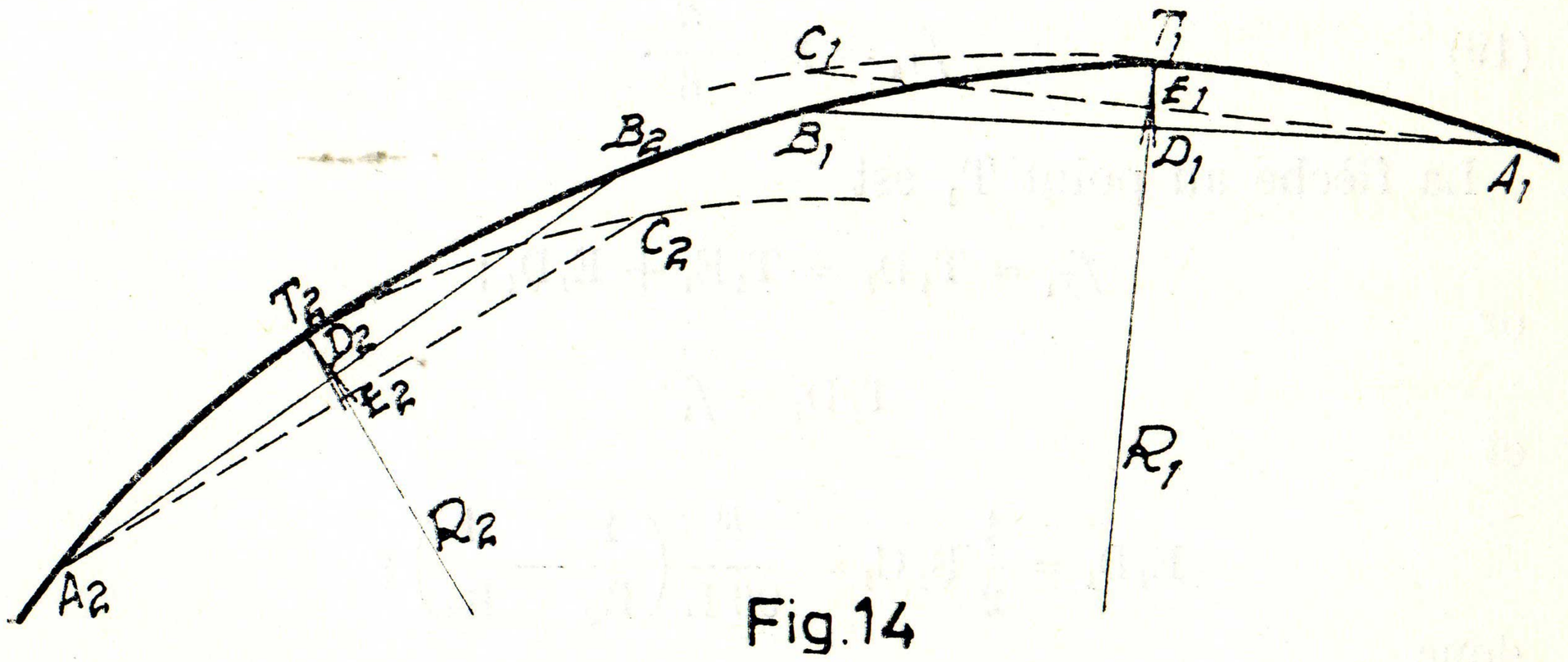


Fig.14

4e cas : Deux arcs de cercles de rayons différents reliés par un raccord parabolique.

Les deux arcs de cercles (fig. 14) dont les rayons respectifs sont R_1 et R_2 sont reliés par un raccord parabolique T_1T_2 tangent respectivement en T_1 et T_2 aux arcs de cercles.

On démontre que l'équation du raccord parabolique par rapport au cercle comme axe des abscisses et avec le point de tangence comme origine s'écrit

(16′) $$y = \frac{x^3}{6L}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right), \quad \text{en admettant } R_1 > R_2,$$

La flèche au point T_2 est

$$f_{T_2} = T_2D_2 = T_2E_2 - E_2D_2 = T_2E_2 - \frac{B_2C_2}{2};$$

or $T_2E_2 = f_2$ (flèche de l'arc de cercle de rayon R_2)

et

$$B_2C_2 = \frac{l^3}{48\,L}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right);$$

donc

$$f_{T_2} = f_2 - \frac{l^3}{96\,L}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right).$$

et, puisque

$$a = \frac{l^3}{16L}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right),$$

nous avons

(19) $$f_{T_2} = f_2 - \frac{a}{6}.$$

La flèche au point T_1 est

$$f_{T_1} = T_1D_1 = T_1E_1 + E_1D_1;$$

or

$$T_1D_1 = f_1$$

et

$$E_1D_1 = \frac{1}{2}B_1C_1 = \frac{l^3}{96\,L}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right);$$

donc

(20) $$f_{T_1} = f_1 + \frac{a}{6}.$$

Le diagramme des flèches de ce raccord parabolique est représenté à la figure 15.

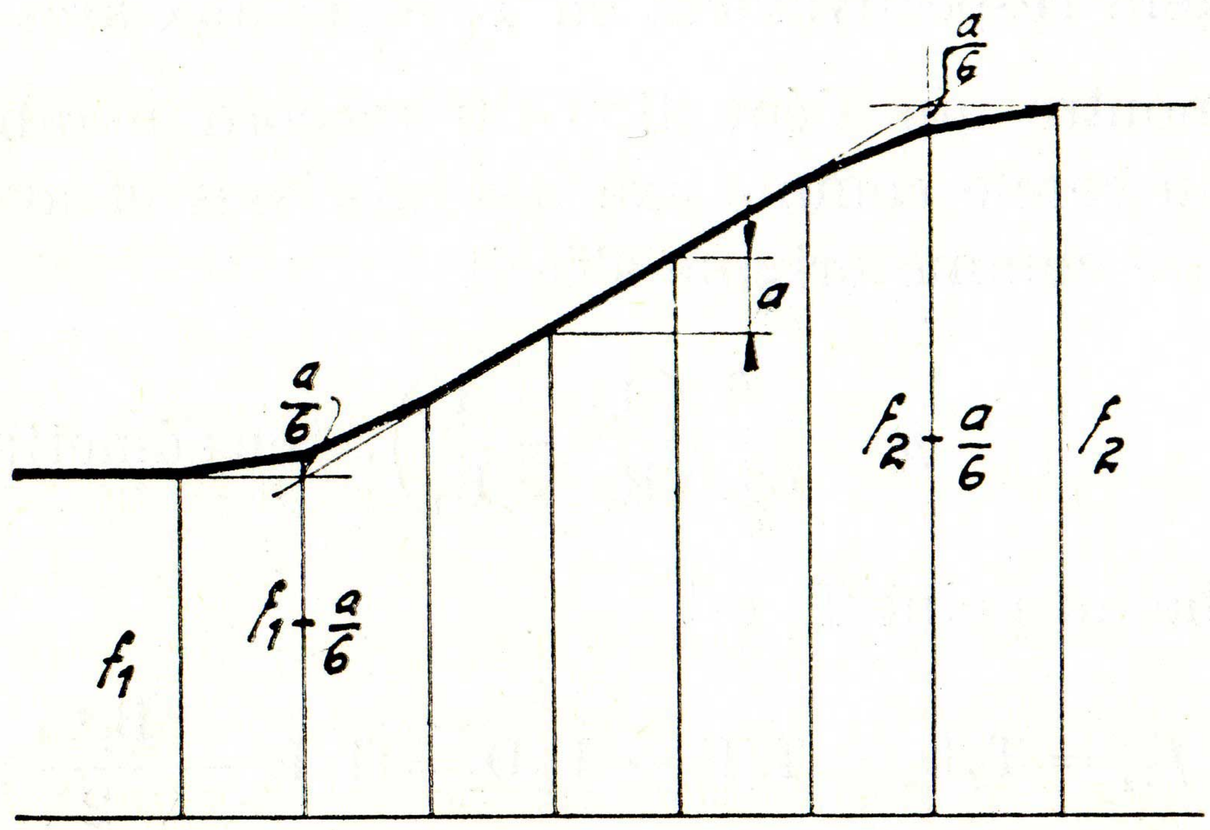


Fig. 15

B. — COURBES DONT LE DÉVELOPPEMENT N'EST PAS UN MULTIPLE DE LA DEMI-LONGUEUR DE LA CORDE.

Jusqu'à présent nous avons considéré que le développement des courbes était un multiple de la demi-corde utilisée pour relever les flèches. Dans ces cas, les points de tangence

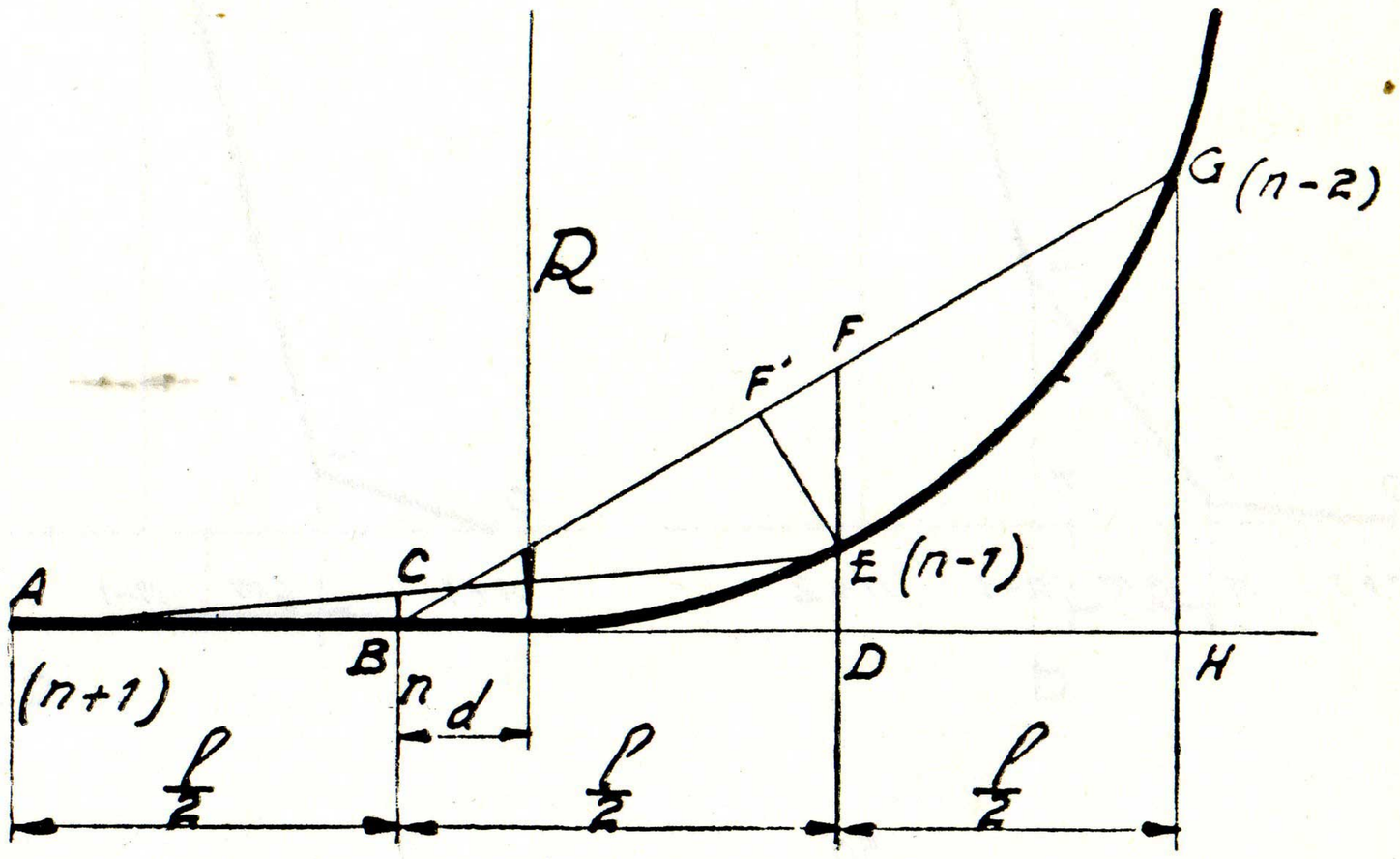
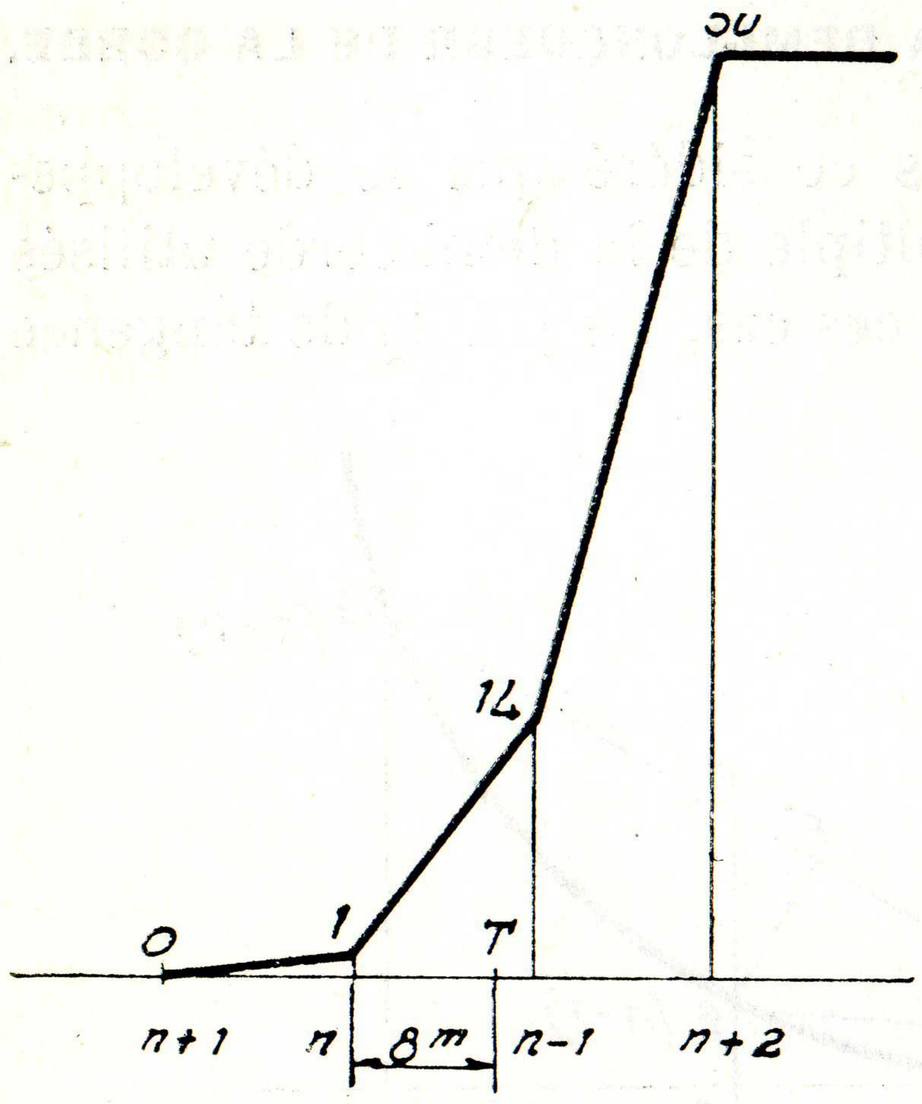


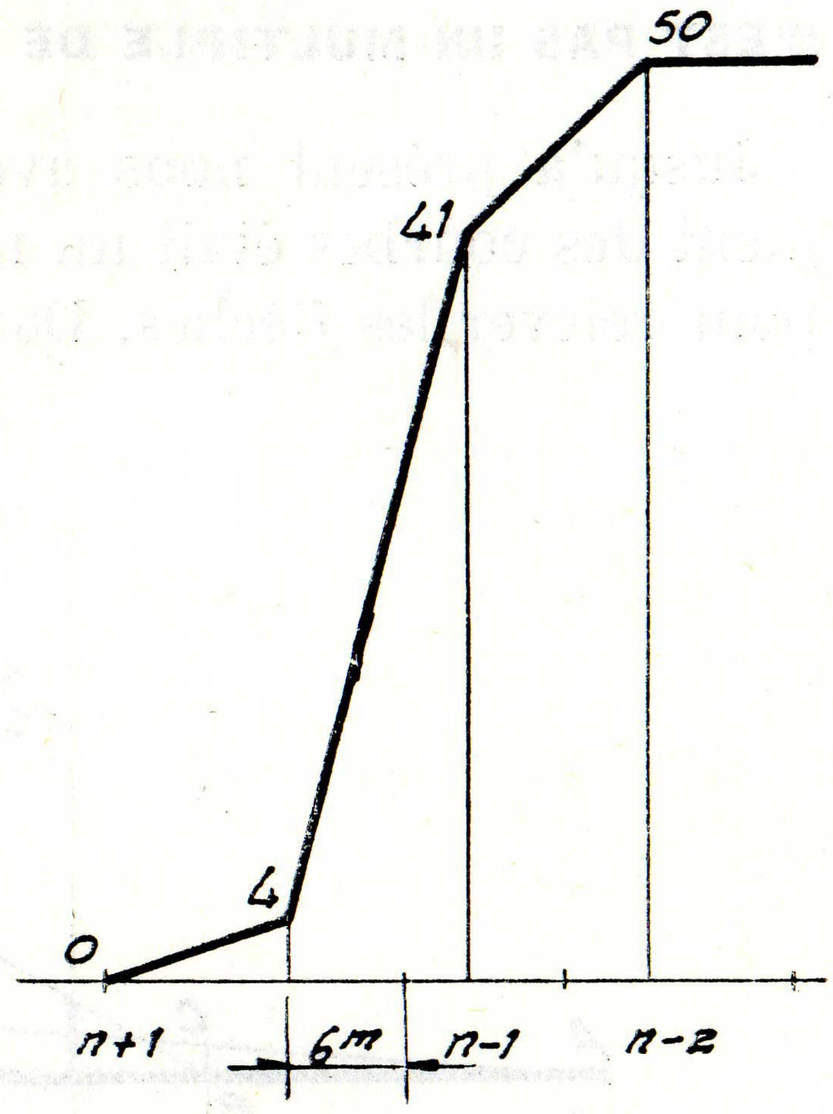
Fig.16

entre alignements droit et courbe ou raccord parabolique ou entre courbe et raccord parabolique coïncident toujours avec un point d'abornement. Dans ce qui suit nous déterminerons le diagramme des flèches des courbes dont le développement n'est pas un multiple de la longueur de la demi-corde.

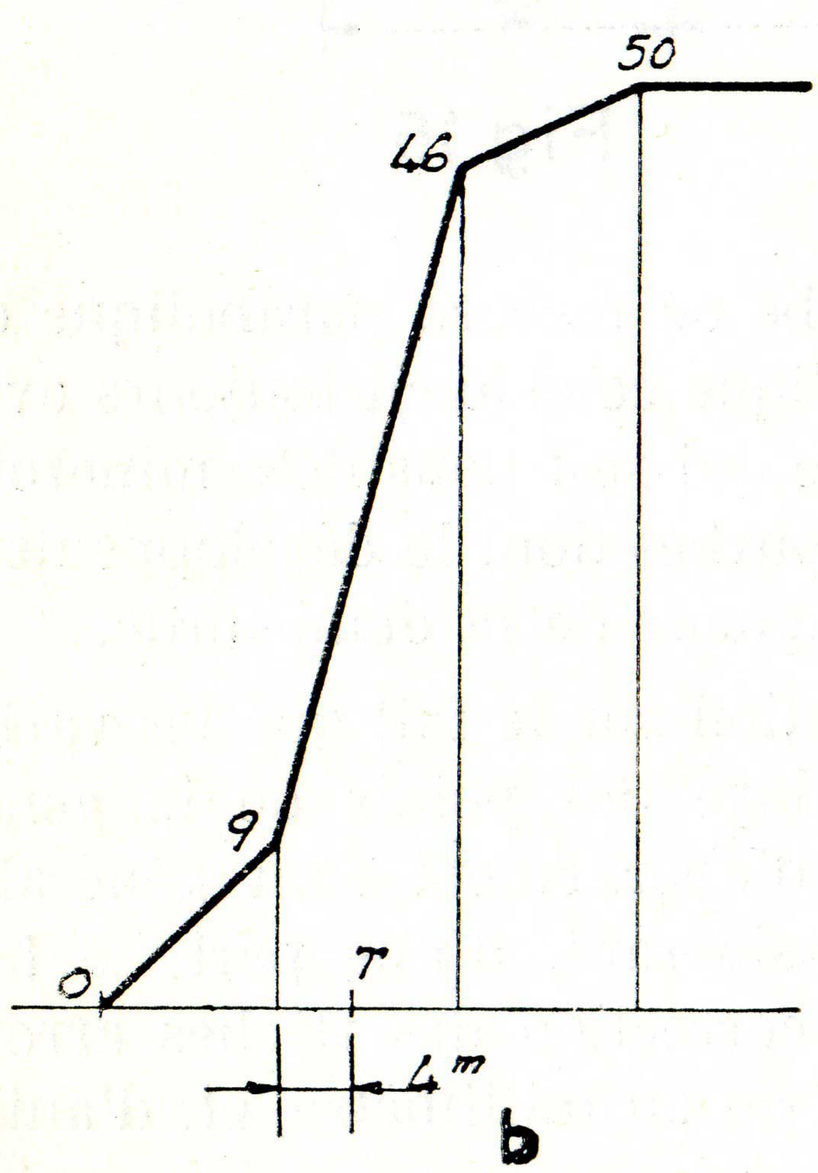
Nous attirons toutefois l'attention sur le fait que les variations de flèches dues au décalage des points de tangence réels par rapport aux points d'abornement sont généralement peu importantes. En considérant, d'une part, le fait que la lecture, le calcul et la correction des flèches arrondissent les valeurs de ces dernières au millimètre, et, d'autre part, la tolérance de variation admise, on constate qu'en pratique il n'est pas toujours nécessaire de tenir compte du décalage des points de tangence par rapport aux points d'abornement; il suffit dans ce cas de choisir judicieusement le nouveau point de tangence de manière à réduire les déplacements.



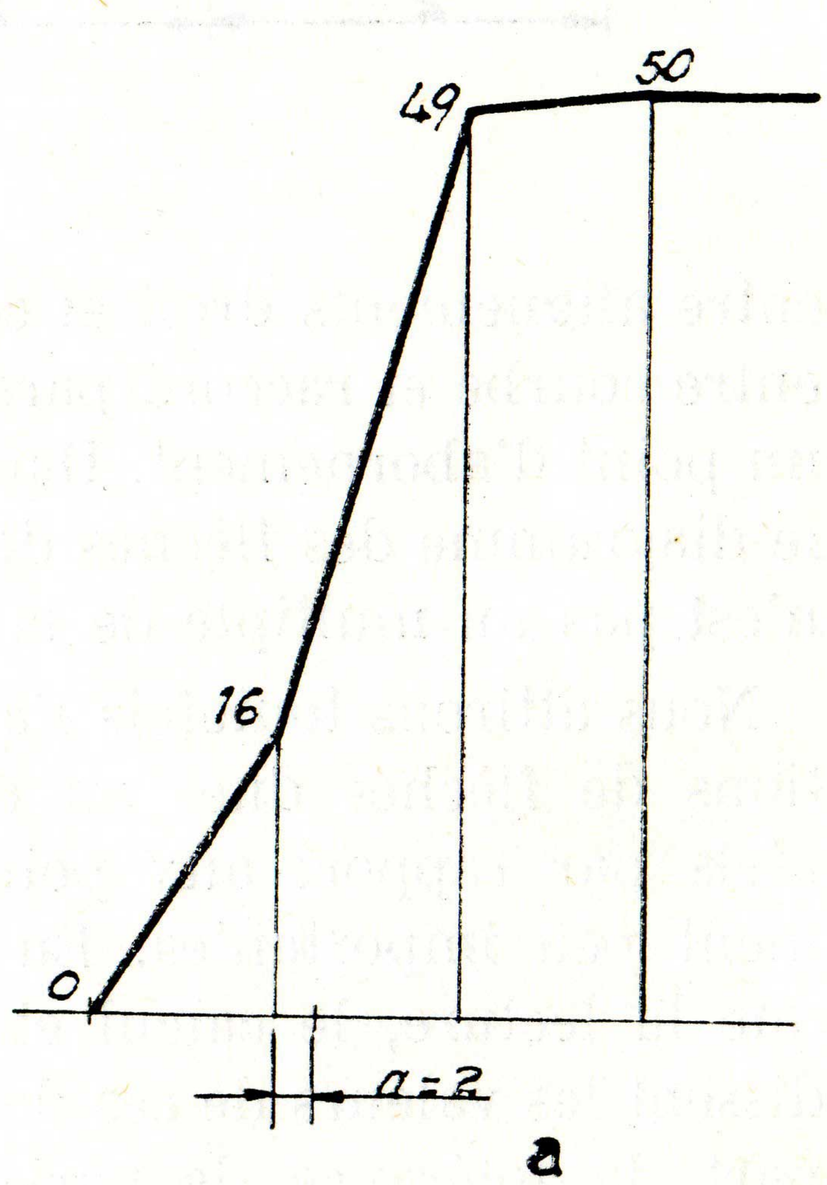
d



c



b



a

Fig. 17

1er cas : Arc de cercle et alignement droit.

A une extrémité de la courbe, le point d'abornement n ne coïncide pas avec le point de tangence T (fig. 16). Nous appelons d la distance entre le point n situé sur l'alignement droit et le point de tangence.

La flèche au point B ($\equiv n$) est approximativement égale à

$$BC = \frac{ED}{2} = \frac{\left(\frac{l}{2} - d\right)^2}{4\,R},$$

L'introduction de la valeur de $f_c = \frac{l^2}{8R}$ donne

$$BC = f_n = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2d}{l}\right)^2 f_c. \tag{21}$$

La valeur $\frac{2d}{l}$ mesure la distance d en multiple de l'équidistance $\frac{l}{2}$; soit

$$N = \frac{2d}{l};$$

d'où

$$f_n = \frac{1}{2}(1 - N)^2 f_c. \tag{21'}$$

La flèche au point E ($\equiv n-1$) est approximativement égale á

$$EF = DF - DE = \frac{GH}{2} - DE = \frac{1}{2} \cdot \frac{(l-d)^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} \cdot f_c - \left(1 - \frac{2d}{l}\right)^2 f_c.$$

On trouve ensuite

$$EF = f_{n-1} = \frac{f_c}{2}(2 - N^2). \tag{22}$$

Les flèches aux autres points $n-2$, $n-3$, etc. sont égales à f_c.

Exemple : Pour R=1.000 m, l=20 m et une distance d respectivement égale à 2, 4, 6 et 8 m, on obtient les diagrammes des flèches représentés à la figure 17.

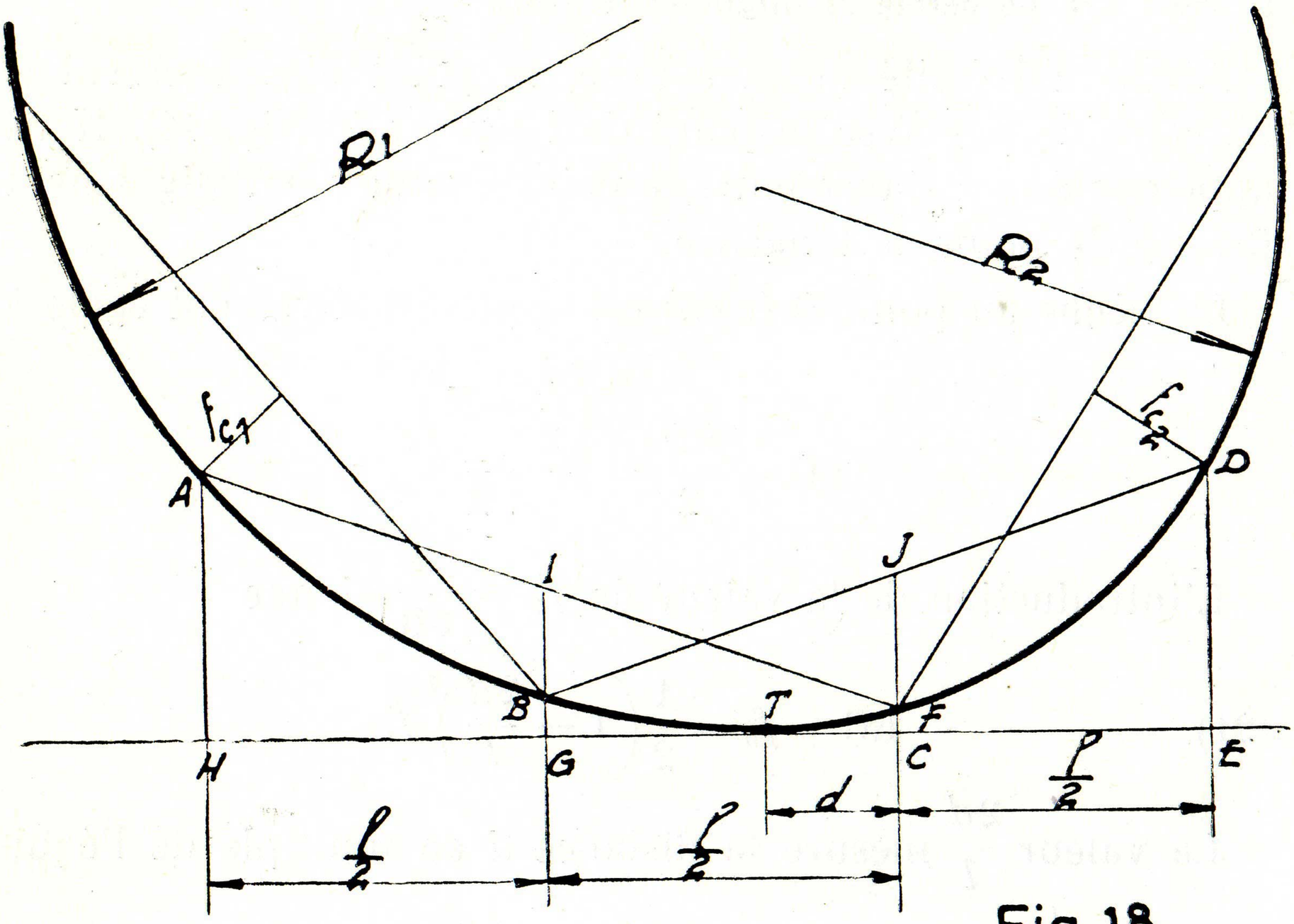

R1
R2
fc1
fc2
A
D
I
J
B
T
F
H
G
C
E
d
l/2
l/2
l/2

Fig. 18

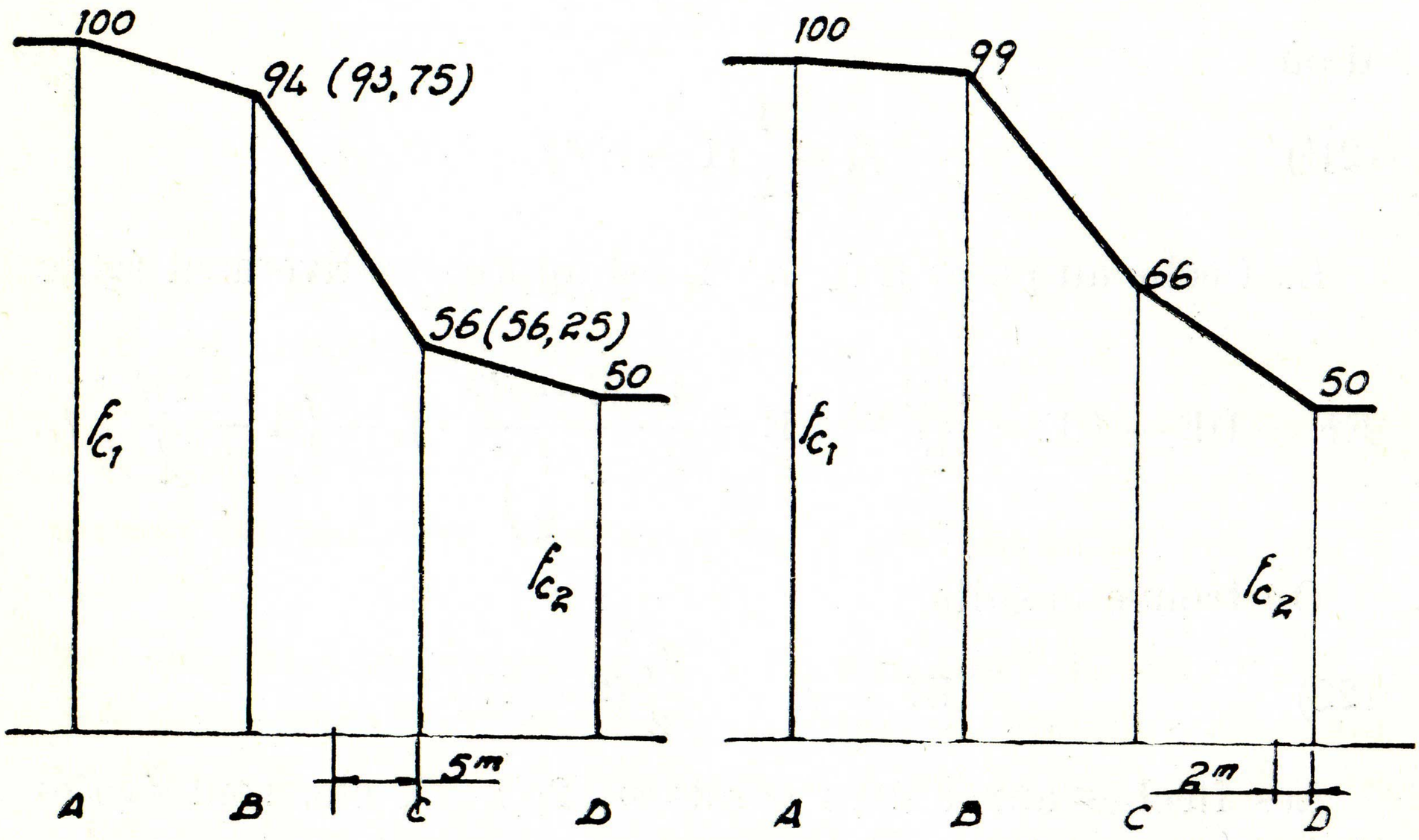

100
94 (93,75)
56(56,25)
50
fc1
fc2
5m
A
B
C
D
100
99
66
50
fc1
fc2
2m
A
B
C
D

Fig. 19

2e cas : Deux arcs de cercles tangents entre eux.

Le point de tangence T (fig. 18) ne coïncide pas avec le point d'abornement C et la distance TC = d.

Les flèches aux points A et D sont respectivement f_{c_1} et f_{c_2}.

La flèche au point B est égale à

$$f_B = BI = GI - GB = \frac{AH + CF}{2} - GB = \frac{\frac{l^2}{4} - \frac{d^2}{2}}{2R_1} + \frac{\frac{d^2}{2}}{2R_2},$$

L'introduction de la valeur de f_{c_1}, f_{c_2} et N donne

$$f_B = f_{c_1} + \frac{N^2}{2}(f_{c_2} - f_{c_1}). \tag{23}$$

La flèche au point F est égale à

$$f_F = FJ = CJ - CF = \frac{BG + DE}{2} - CF$$

On trouve

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{\left(\frac{l}{2} - d\right)^2}{2R_1} + \frac{\left(\frac{l}{2} + d\right)^2}{2R_2}\right] - \frac{d^2}{2R_2}.$$

$$f_F = \frac{1}{2}(f_{c_1} + f_{c_2}) + \frac{N}{2}(2 - N)(f_{c_2} - f_{c_1}). \tag{24}$$

Exemple : Pour $R_1 = 500$ m, $R_2 = 1.000$ m, $l = 20$ m et une distance $d = 5$ m, respectivement 2 m, on obtient les diagrammes de la figure 19.

3e cas : Arc de cercle relié à un alignement droit par un raccord parabolique.

Les points de tangence T et T′ ne correspondent pas aux points équidistants servant au mesurage des flèches (fig. 20). Soit d la distance de A à T; la distance de A′ à T′ est la même, puisque tous nos raccords paraboliques sont des multiples de la demi-corde $\frac{l}{2} = 10$ m.

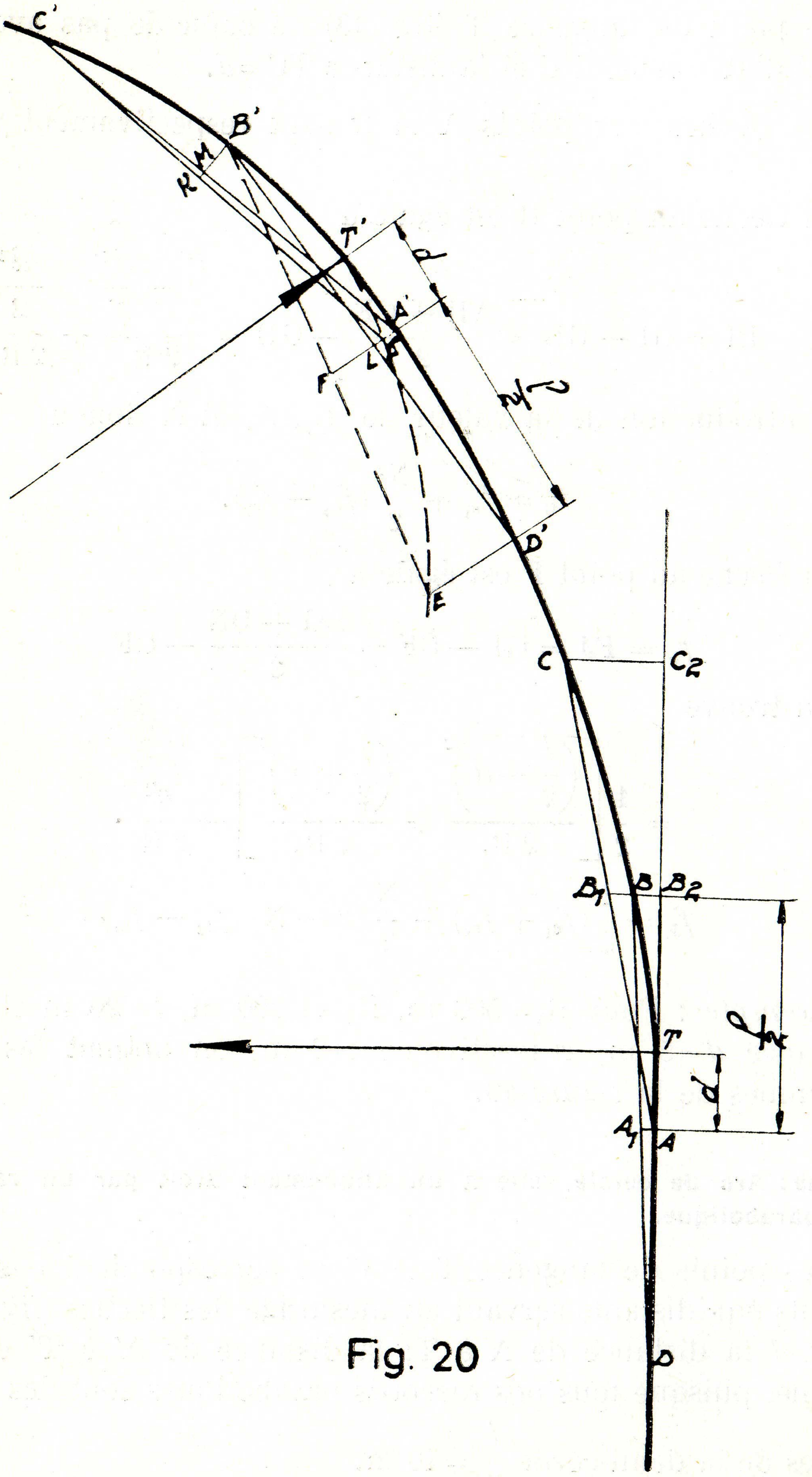


Fig. 20

Les flèches aux points C′ et D, C et D′ sont connues.

La flèche en A se calcule par

$$AA_1 = \frac{1}{2} BB_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{l}{2} - d\right)^3}{6\,RL}.$$

On trouve

$$f_A = \frac{a}{6}(1 - N)^3. \tag{25}$$

La flèche en B se calcule par

$$BB_1 = B_1B_2 - BB_2 = \frac{1}{2} CC_2 - BB_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{(l-d)^3}{6\,RL} - \frac{\left(\frac{l}{2} - d\right)^3}{6\,RL},$$

on trouve, en introduisant la valeur de N,

$$f_B = \frac{a}{6}\left[N^3 + 6(1 + N)\right]. \tag{26}$$

La flèche en A′ est égale à

$$A'L = A'A'' + A''F - FL = A'A'' + A''F - \frac{1}{2} ED'$$

$$= \frac{d^3}{6\,RL} + \frac{l^2}{8\,R} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{l}{2} - \frac{d}{2}\right)^3}{6\,RL}.$$

d'où, en introduisant N,

$$f_{A'} = f_c - \frac{a}{6}\left[(1 + N)^3 - 2\,N^3\right]. \tag{27}$$

La flèche en B′ est égale à

$$B'M = B'K - KM = B'K - \frac{1}{2} A'A'' = f_c - \frac{d^3}{12\,RL};$$

d'où

$$f_{B'} = f_c - \frac{a}{6} \cdot N^3. \tag{28}$$

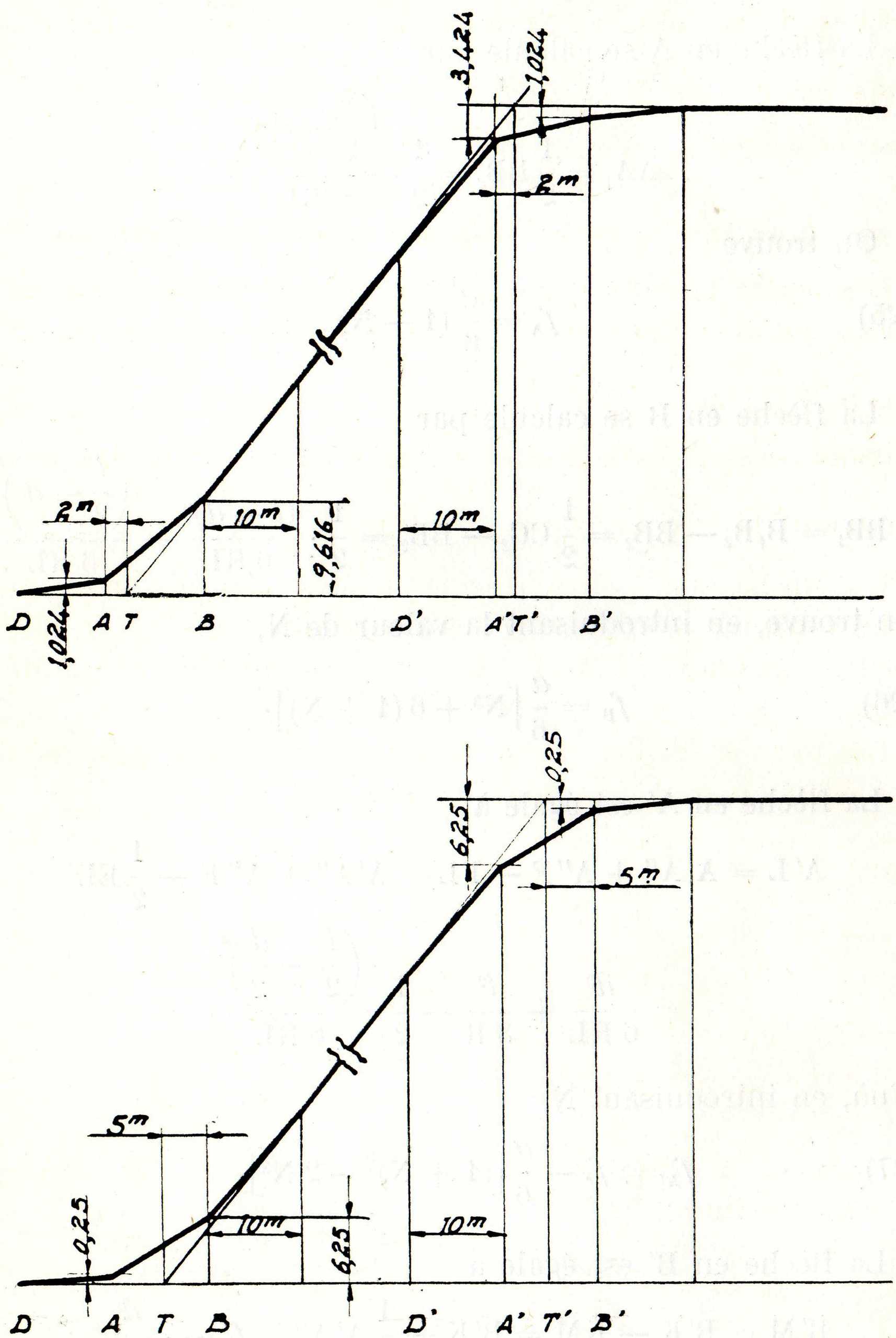

3,424
1,024
2 m
2m
10m
9,616
10m
D
1,024
A T
B
D'
A'T'
B'
0,25
6,25
5m
5m
0,25
10m
6,25
10m
D
A T B
D'
A' T' B'

Fig. 21

Les figures 21*a* et 21*b* représentent les diagrammes des flèches d'un raccord parabolique pour lequel $a = 12$ m et dans les cas où $d = 2$ et 5 m respectivement, soit $N = \frac{2d}{l}$ respectivement égal à 0,2 et 0,5.

4e cas : Deux arcs de cercles reliés par un raccord parabolique.

Les points de tangence T_1 et T_2 ne correspondent pas aux points équidistants servant au mesurage des flèches (fig. 22).

Soient d_1 la distance $T_1 A_1$ et d_2 la distance $T_2 A_2 = \frac{l}{2} - d_1$, puisque nos raccords paraboliques sont des multiples de la longueur de la demi-corde $\frac{l}{2} = 10$ m.

Les flèches aux points D et D′, C et C′ sont connues : respectivement f_1 et f_2, flèches des arcs de cercles, et f_c et f'_c flèches calculées au moyen de l'équation du raccord parabolique.

Les flèches en B_1 et B_2 se déterminent comme dans le cas précédent; nous avons donc les relations

$$(29) \qquad f_{B_1} = f_1 + \frac{a}{6} \cdot N^3 \quad \text{avec} \quad N = \frac{2\,d_1}{l}$$

$$f_{B_2} = f_2 - \frac{a}{6} \cdot N'^3 \quad \text{avec} \quad N' = \frac{2\,d_2}{l} = 1 - N;$$

d'où

$$(30) \qquad f_{B_2} = f_2 - \frac{a}{6}(1 - N)^3.$$

De même les flèches aux points A_1 et A_2 sont déterminées par les équations

$$(31) \qquad f_{A_1} = f_1 + \frac{a}{6}\left[(1 + N)^3 - 2N^3\right] \quad \text{avec} \quad N = \frac{2\,d_1}{l}$$

$$f_{A_2} = f_2 - \frac{a}{6}\left[(1 + N')^3 - 2N'^3\right] \quad \text{avec} \quad N' = \frac{2\,d_2}{l} = 1 - N;$$

d'où

$$(32) \qquad f_{A_2} = f_2 - \frac{a}{6}\left[N^3 + 6(1 - N)\right].$$

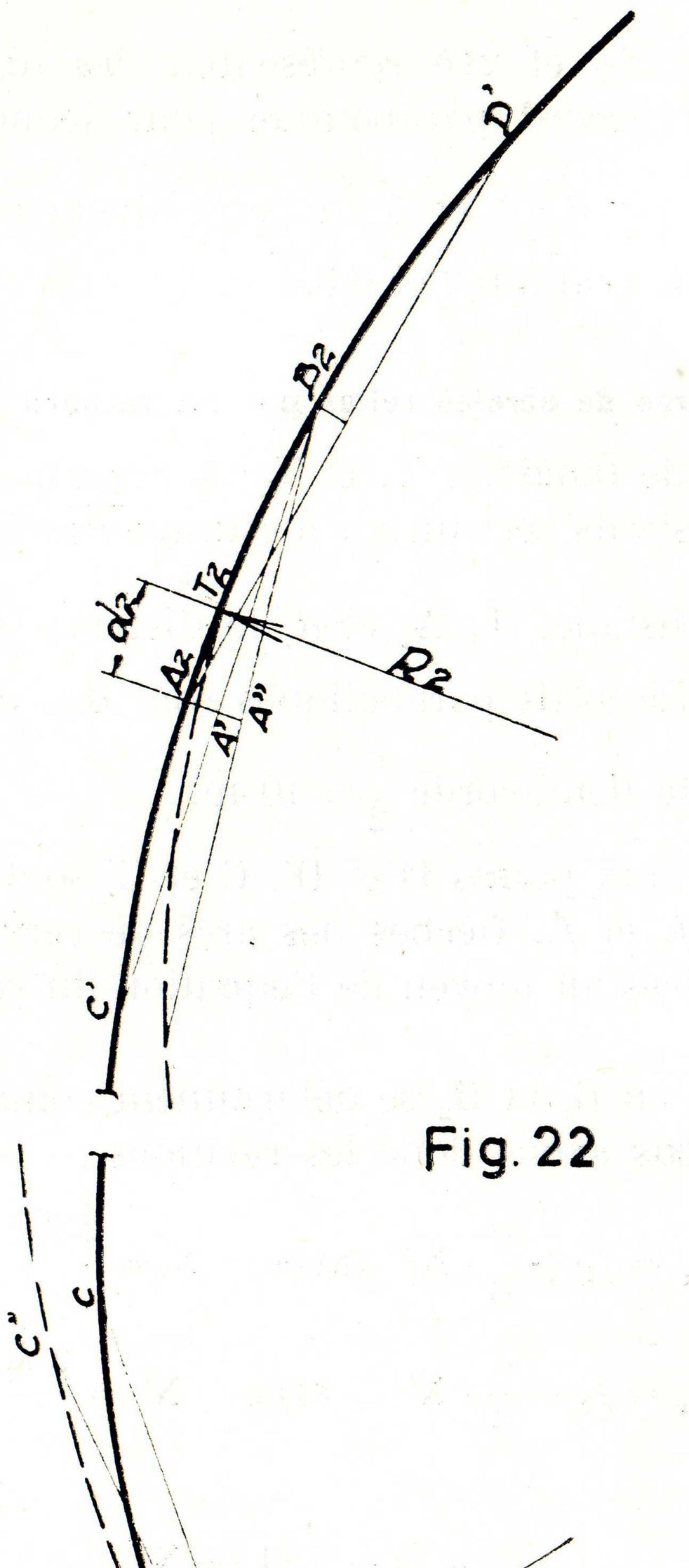


Fig. 22

Les figures 23 représentent le diagramme des flèches de deux raccords paraboliques pour lesquels $a=12$ mm et dans les cas où $d=2$ et 5 m respectivement, soit N respectivement égal à 0,2 et 0,5.

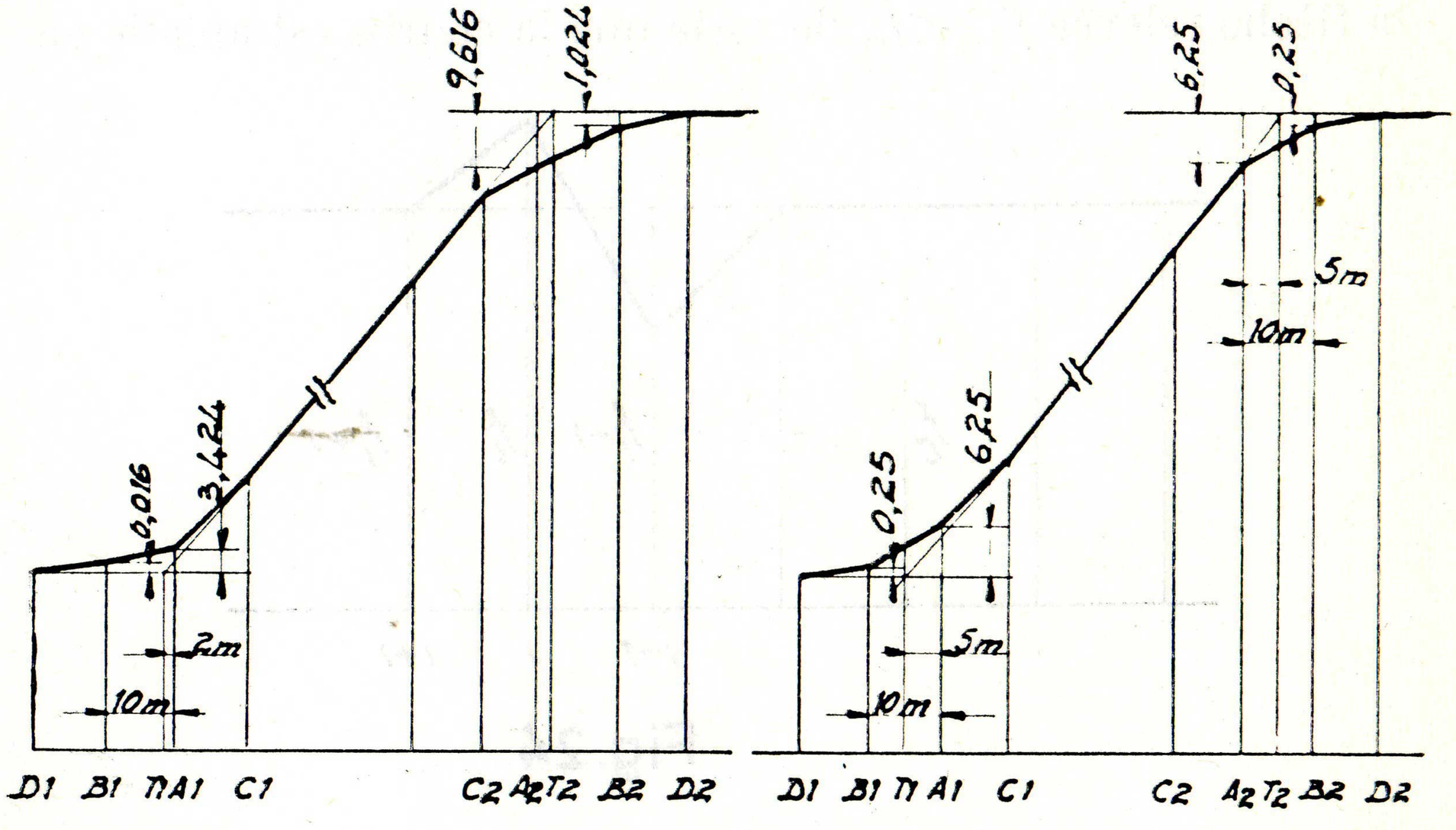


Fig. 23

Conclusion.

Comme nous le faisions remarquer au début de ce chapitre, les courbes de chemins de fer se composent de plusieurs arcs de cercles tangents entre eux et aux alignements droits, parfois par l'intermédiaire d'un raccord parabolique. Le diagramme théorique des flèches de pareilles courbes est régulier; toutefois la circulation des trains déforme les courbes, de sorte que le diagramme des flèches relevé sur le rail n'est plus régulier.

Les propriétés caractéristiques des flèches des courbes théoriques nous permettent de conclure que toute variation brusque de la valeur des flèches relevées sur le terrain est l'indice d'une irrégularité du tracé, exception faite des cas particuliers où cette irrégularité du diagramme des flèches résulte du fait que les points de tangence ne coïncident pas avec les points équidistants servant au mesurage des flèches.

Par exemple, si les flèches relevées aux points i—1, i et $i+1$ (fig. 24) d'un arc de cercle nous donnaient les valeurs $f'_{i-1} \neq f'_i \neq f'_{i+1}$, au lieu de $f_{i-1} = f_i = f_{i+1} = f_c$, cette irrégularité du diagramme des flèches indiquerait une irrégularité du tracé aux abords des points i—1 et i. En effet, au point i—1 la flèche relevée $f'_{i-1} < f_c$, de sorte que la courbe est aplatie en

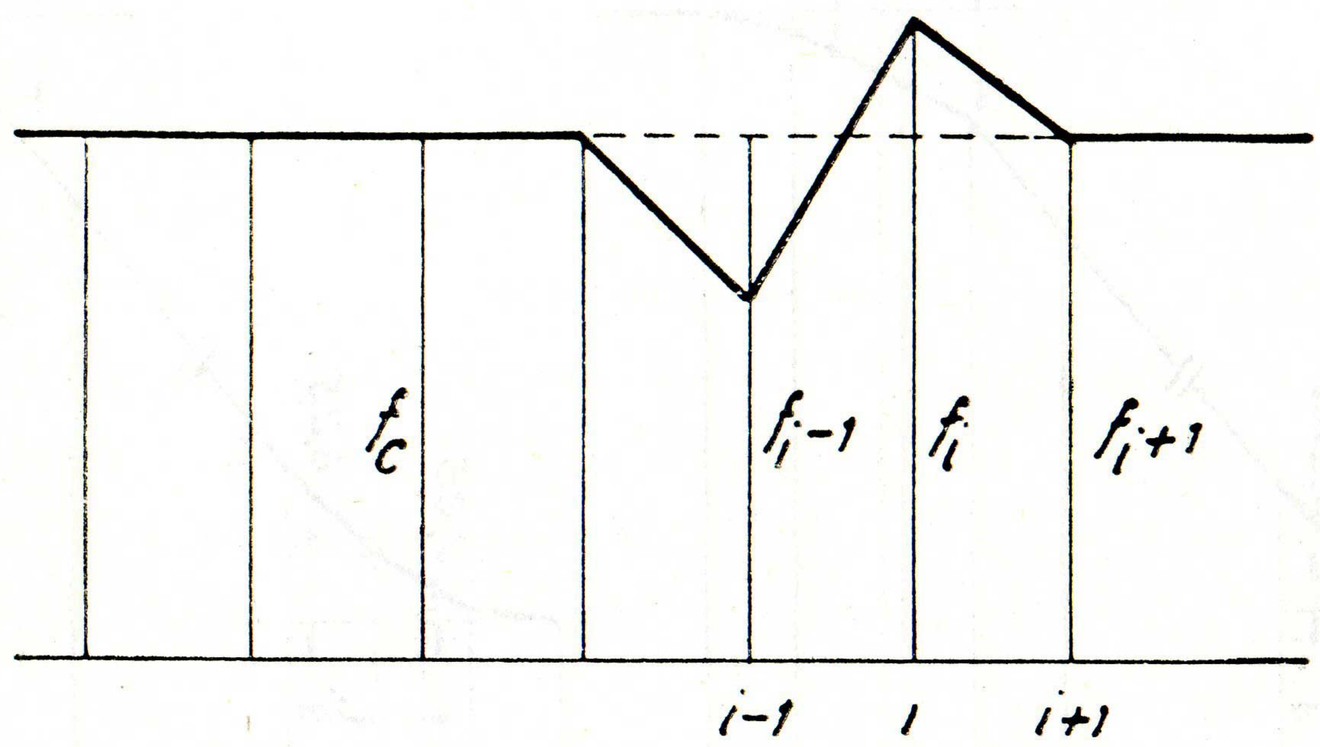


Fig. 24

ce point; tandis qu'au point i la flèche $f'_i > f_c$; le rayon de courbure en i est donc plus petit que le rayon de courbure de l'arc de cercle théorique.

Pour rectifier le tracé existant il faudra riper la voie vers l'extérieur de la courbe au point i—1 ou vers l'intérieur de la courbe au point i; la valeur de ces ripages doit être choisie judicieusement de manière à obtenir des flèches correspondant au diagramme régulier.

Afin de vérifier et éventuellement de corriger le tracé des courbes existantes, il faut donc comparer le diagramme des flèches relevées au diagramme des flèches des courbes théoriques, tangentes aux mêmes alignements droits; de cette comparaison nous déduirons les déplacements aux différents points afin d'obtenir après ripage un tracé correspondant au tracé théorique. Cette méthode suppose que nous disposons d'un plan d'abornement de la courbe. Nous verrons que même sans ce plan il est possible de réaliser des courbes quasi correctes par la méthode des flèches.

CHAPITRE II.

RELATION ENTRE LES FLÈCHES ET LES DÉPLACEMENTS.

I. — Considérons cinq points équidistants d'une courbe quelconque (fig. 25) numérotés 7, 8, 9, 10 et 11 et soient f_8, f_9 et f_{10} les flèches relevées aux points 8, 9 et 10. Les points considérés étant suffisamment rapprochés, nous admettrons que les directions des flèches sont parallèles.

Un déplacement de la voie d_9 opéré au point 9 vers l'extérieur de la courbe donne à la flèche au point 9 une nouvelle valeur :

$$F_9 = f_9 + d_9. \tag{33}$$

Nous voyons sur la figure que les flèches des points adjacents 8 et 10 sont également modifiées; en effet, les cordes respectives sur lesquelles ces flèches se mesurent sont 7,9′ et 10,9′; sans erreur appréciable nous pouvons admettre que

$$F_8 = f_8 - \frac{d_9}{2}\ ; \tag{34}$$

$$F_{10} = f_{10} - \frac{d_9}{2}\ . \tag{35}$$

Si le point 9 avait subi un déplacement d_9 vers l'intérieur, les relations ci-dessus s'écriraient

$$\left\{\begin{aligned} F_8 &= f_8 + \frac{d_9}{2}\ ; \\ F_9 &= f_9 - d_9\ ; \\ F_{10} &= f_{10} + \frac{d_9}{2}\ . \end{aligned}\right. \tag{36}$$

En considérant le diagramme des flèches de la courbe primitive f_7, f_8, f_9, f_{10}, f_{11},... (fig. 26), nous pouvons y indiquer

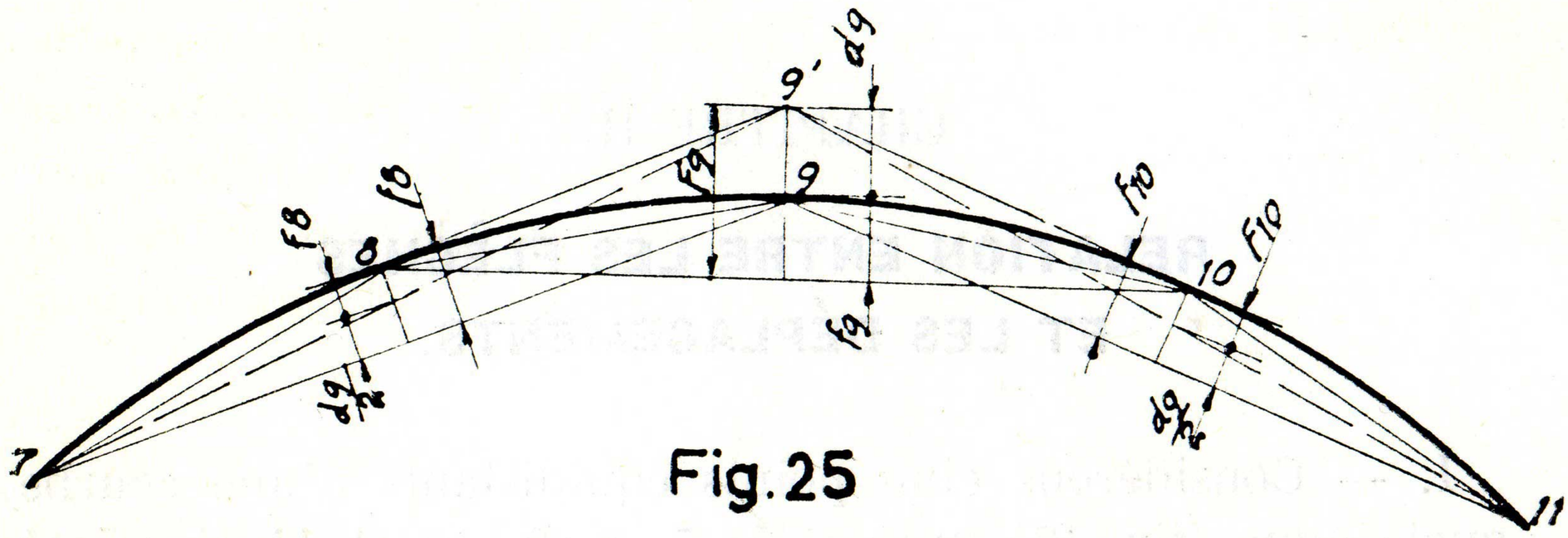


Fig. 25

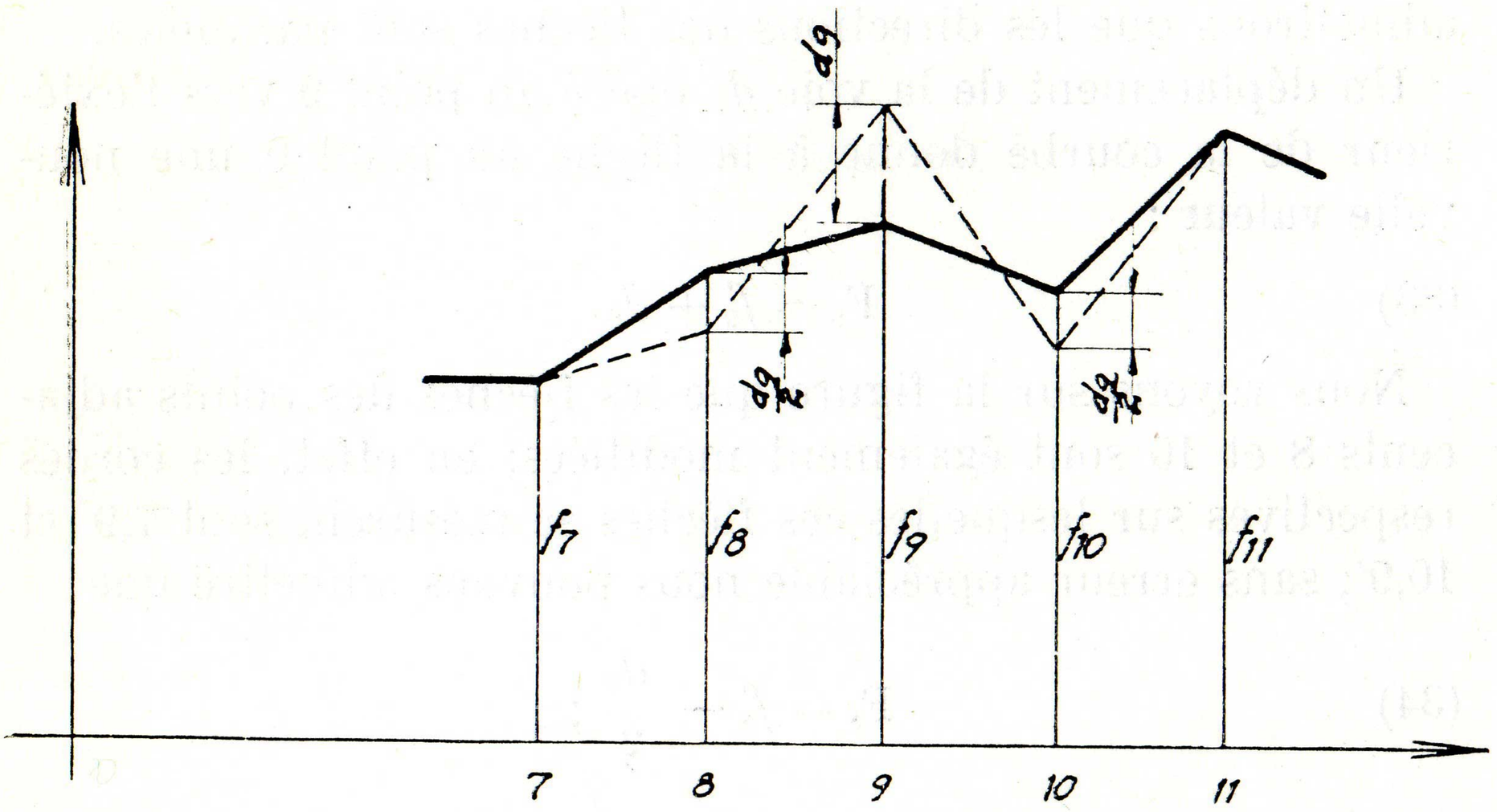


Fig. 26

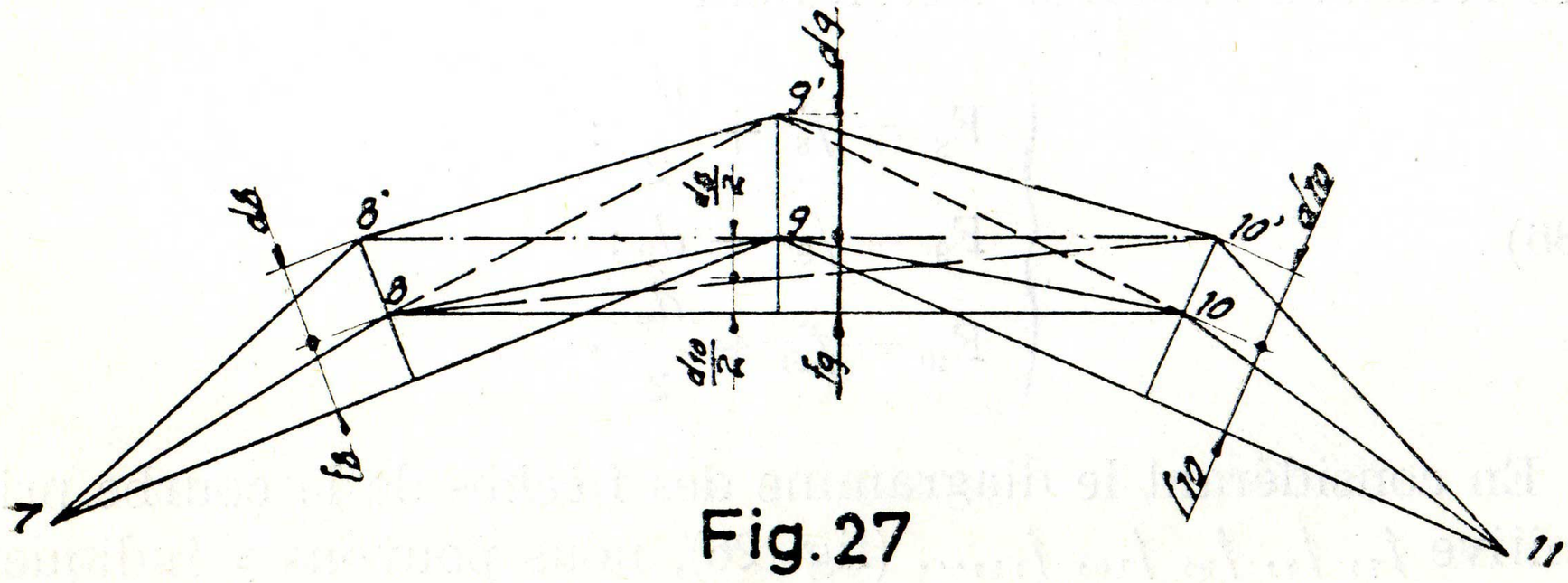


Fig. 27

les nouvelles flèches, ce qui donne un nouveau diagramme représenté en pointillé à la figure. Nous constatons que *le déplacement d'un point du diagramme des flèches suivant l'axe des ordonnées entraîne le déplacement simultané des deux points adjacents en sens inverses, la valeur de ces derniers déplacements étant égale à la moitié du déplacement du premier point.*

Si nous déplaçons simultanément vers l'extérieur les points 8, 9 et 10 des quantités respectives d_8, d_9 et d_{10}, nous constatons sur la figure 27 que la flèche au point 9 est augmentée de la valeur d_9, puis diminuée de la valeur $\frac{d_{10}}{2}$ par suite du déplacement du point 10, et diminuée encore de la valeur $\frac{d_8}{2}$ par suite du déplacement du point 8. La nouvelle flèche au point 9 sera donc

$$F_9 = f_9 + d_9 - \frac{d_8 + d_{10}}{2}, \tag{33'}$$

et celle des points 8 et 10 sera

$$F_8 = f_8 + d_8 - \frac{d_9}{2}, \tag{34'}$$

$$F_{10} = f_{10} + d_{10} - \frac{d_9}{2}, \tag{35'}$$

pour autant que les points 7 et 11 n'aient pas subi de déplacement.

Si les trois déplacements aux points 8, 9 et 10 avaient été exécutés vers l'intérieur, la valeur de la nouvelle flèche en 9 serait

$$F_9 = f_9 - d_9 + \frac{d_8 + d_{10}}{2}. \tag{33''}$$

La formule générale résumant tous les cas est donc

$$F_i = f_i + d_i - \frac{d_{i-1}}{2} - \frac{d_{i+1}}{2}, \tag{37}$$

dans laquelle d_{i-1}, d_i et d_{i+1} sont positifs pour un déplacement vers l'extérieur et négatifs pour un déplacement vers l'intérieur.

II. — Nous désirons rectifier une courbe B (fig. 28) reliant les deux alignements droits KT et K′T′; nous avons déter-

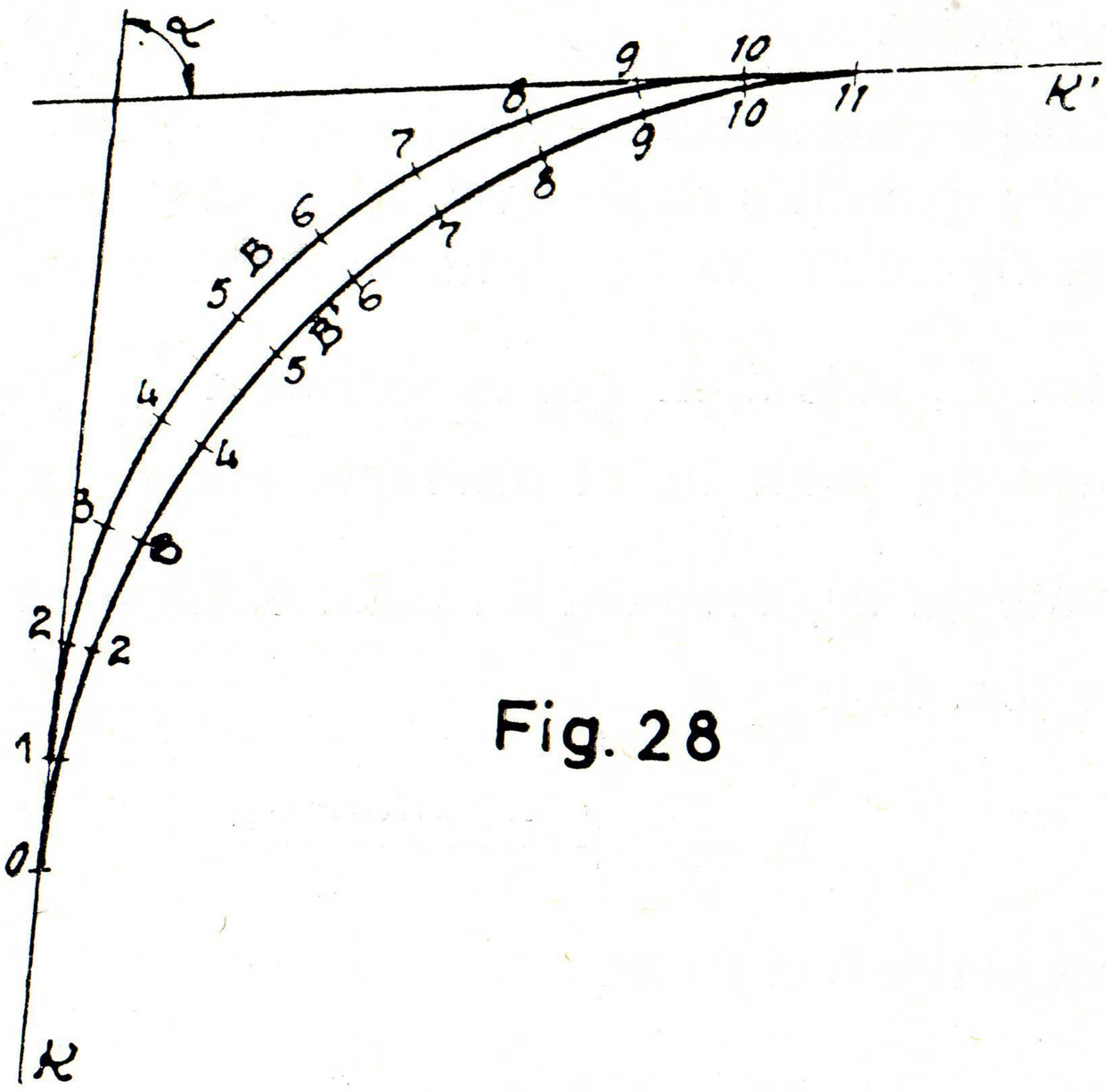


Fig. 28

miné les points 1, 2, 3... 9, 10 équidistants de $\frac{l}{2}$; les flèches relevées sous la corde de longueur l sont f_2 f_3 f_4..., f_9 (les flèches f_1 et f_{10} sont nulles, la corde coïncidant avec l'alignement droit en ces points).

La courbe rectifiée, qui devrait coïncider avec la courbe théorique, sera tangente aux mêmes alignements, ce qui signifie que les tangentes à cette nouvelle courbe se coupent sous le même angle α que les deux tangentes primitives.

Soit B′ la courbe rectifiée sur laquelle nous avons déterminé les points 0, 1, 2, 3... 9, 10 et 11.

Pour que la courbe B′ se soude à l'alignement droit KT, il faut évidemment que les déplacements aux points 0 et 1 soient nuls; donc

(38) $$d_0 = d_1 = 0.$$

La flèche nouvelle au point 1, déterminée par

$$F_1 = f_1 + d_1 - \frac{d_0 + d_2}{2},$$

devient donc

$$F_1 = f_1 - \frac{d_2}{2};$$

d'où

$$\frac{d_2}{2} = f_1 - F_1 = D_1, \tag{39}$$

dans laquelle D_1 est le symbole représentant la différence entre la flèche mesurée et la flèche de la courbe corrigée.

Au point 2′ nous avons également

$$F_2 = f_2 + d_2 - \frac{d_1 + d_3}{2};$$

d'où

$$\frac{d_3}{2} = D_2 + 2D_1. \tag{40}$$

De même au point 3′ nous avons

$$F_3 = f_3 + d_3 - \frac{d_2 + d_4}{2};$$

d'où

$$\frac{d_4}{2} = D_3 + 2D_2 + 3D_1. \tag{41}$$

En continuant ainsi, nous trouvons successivement

$$\text{(42)} \quad \begin{cases} \dfrac{d_5}{2} = D_4 + 2D_3 + 3D_2 + 4D_1; \\ \vdots \\ \dfrac{d_{11}}{2} = D_{10} + 2D_9 + \cdots + 8D_3 + 9D_2 + 10D_1. \end{cases}$$

Et plus généralement la valeur du demi-déplacement au point p est déterminée par la formule

$$\frac{d_p}{2} = D_{p-1} + 2D_{p-2} + 3D_{p-3} + \cdots + (p-2)D_2 + (p-1)D_1. \tag{43}$$

D'autre part, puisque la courbe déplacée B′ doit également se souder à l'alignement droit K′T′, les déplacements des points 10 et 11 doivent être nuls; donc

$$d_{10} = d_{11} = 0.$$

En généralisant nous pourrions dire que les deux derniers points de la courbe corrigée ne doivent pas subir de déplacements, soit

$$d_n = d_{n+1} = 0;$$

Ou encore :

$$(44) \qquad \frac{d_n}{2} = D_{n-1} + 2D_{n-2} + \cdots + (n-1)D_1 = 0;$$

$$(45) \qquad \frac{d_{n-1}}{2} = D_n + 2D_{n-1} + \cdots + nD_1 = 0.$$

Soustrayons membre à membre les deux équations (44) et (45); nous obtenons

$$(46) \qquad D_n + D_{n-1} + D_{n-2} + \cdots + D_1 = 0,$$

et, en remplaçant les D par leur valeur,

$$(46') \quad f_n + f_{n-1} + \cdots + f_2 + f_1 = F_n + F_{n-1} + \cdots F_2 + F_1.$$

La formule (46) peut encore s'écrire

$$nD_n + nD_{n-1} + \cdots (n-1)D_2 + nD_1 = 0.$$

d'où nous obtenons, par soustraction de la formule (44),

$$(47) \qquad D_1 + 2D_2 + 3D_3 + \cdots + (n-1)D_{n-1} + nD_n = 0;$$

soit encore

$$(47') \qquad \begin{aligned} &f_1 + 2f_2 + \cdots + (n-1)f_{n-1} + nf_n \\ &= F_1 + 2F_2 + \cdots + (n-1)F_{n-1} + nF_n. \end{aligned}$$

Les relations (46) et (47) remplacent les deux relations (44) et (45).

Les équations (43), (46) et (47) sont capitales. Les premières permettent de déterminer les déplacements en un point quel-

conque partant de la différence des flèches. Des équations (46) et (47) nous déduisons deux conditions auxquelles la courbe corrigée doit satisfaire :

1. La somme des flèches des courbes reliant les deux côtés d'un angle est constante.

2. Le moment, par rapport à l'origine, des flèches d'une courbe reliant les deux côtés d'un angle est constant. On entend par moment le produit de la flèche par son numéro d'ordre par rapport à l'origine du mesurage.

CHAPITRE III.

MÉTHODE DE CALCUL POUR LA RECTIFICATION DES COURBES.

En principe la rectification du tracé des courbes se résume à la détermination de la valeur des déplacements en chaque point. Ces déplacements sont déterminés par la valeur des D. Pour calculer ceux-ci nous ne disposons que des deux équations (46) et (47).

Pour la courbe, ayant $(n+1)$ points d'abornement, nous avons n valeurs inconnues de D; n'ayant que 2 équations, nous pouvons donc trouver un nombre $(n-2)$ de valeurs pour les D, satisfaisant à ces équations.

Dès que nous admettons une solution quelconque, les relations (43)

$$\frac{d_p}{2} = D_{p-1} + 2D_{p-2} + \cdots + (p-1)D_1$$

nous donnent la valeur des déplacements.

Parmi toutes les solutions donnant les valeurs des D, une seule est bonne : c'est celle par laquelle nous retrouvons les valeurs de F correspondant à la courbe théorique primitive.

Afin de nous rapprocher de cette solution, nous poserons les deux conditions suivantes :

1° les raccords paraboliques doivent *obligatoirement* être rétablis dans leur état primitif; à cette fin, la valeur théorique de la longueur du raccord devra être réalisée, tandis que l'accroissement devra se rapprocher autant que possible de sa valeur théorique;

2° les courbes mêmes devraient se rapprocher autant que possible des courbes théoriques, c'est-à-dire qu'elles devraient avoir le même rayon.

On admet qu'une variation des flèches par rapport à la valeur théorique est sans influence notable, pour autant qu'elle soit comprise dans les limites suivantes :

courbes ayant un rayon
- $R > 2.500$ m ($f_c < 20$ mm) ± 20 %,
- $R < 2.500$ m ($f_c > 20$ mm) ± 10 %.

La transition d'une flèche à l'autre sera réalisée en tenant compte des indications énumérées au chapitre I, relatives au raccord de deux cercles de rayon différent. Il est entendu que les variations dont il est question ici sont des passages d'une valeur à l'autre de la flèche, chacune de ces valeurs restant constante dans l'étendue d'un certain nombre de cordées.

D'autres conditions limitatives se présentent parfois sous la forme de points obligés ou de ripages limités; d'où un nombre déterminé de valeurs de d qui doivent être nulles ou plus petites qu'une valeur donnée. Ceci réduit encore la quantité de solutions admissibles.

La méthode de calcul développée ci-dessous est basée sur les relations existant entre les flèches et les déplacements. Pour appliquer cette méthode on inscrit sous forme de tableau les données suivantes :

1. Numéro du point d'abornement;
2. Flèches relevées f;
3. Flèches corrigées F;
4. Différence D entre les flèches;
5. Somme des différences ΣD;
6. Deuxième somme des différences $\Sigma\Sigma$D;
7. Déplacements égalant le double des valeurs de la colonne 6 (vers l'extérieur +, vers l'intérieur —).
9. Remarques (points fixés, ripages maxima ou imposés, etc.).

Afin de faciliter les calculs en permettant l'essai de plusieurs solutions (valeurs de F), il est recommandé de doubler, voire de tripler les colonnes 3, 4, 5 et 6.

On créera donc un tableau d'après le modèle ci-après :

1	2	3	4	5	6
0	f_0	F_0	$D_0=0$	$D_0=0$	0
1	f_1	F_1	D_1	D_1	0
2	f_2	F_2	D_2	D_1+D_2	D_1
3	f_3	F_3	D_3	$D_1+D_2+D_3$	$2D_1+D_2$
4	f_4	F_4	D_4	$D_1+D_2+D_3+D_4$	$3D_1+2D_2+D_3$
5	f_5	F_5	D_5	$D_1+D_2+D_3+D_4+D_5$	$4D_1+3D_2+2D_3+D_4$
6	f_6	F_6	D_6	$D_1+D_2+D_3+D_4+D_5+D_6$	$5D_1+4D_2+3D_3+2D_4+D_5$

La seule difficulté consiste dans le choix judicieux des valeurs de F. Les conditions que nous avons imposées concernant les raccords paraboliques et les courbes circulaires ainsi que les données relatives aux flèches des courbes régulières nous permettent de déterminer les valeurs théoriques exactes de F. Les variations que l'on devra imposer à ces valeurs résultent du fait que la dernière somme de la colonne 6 doit être nulle et que la valeur des ripages en certains points doit être inférieure à une valeur déterminée (nous faisons remarquer ici que la dernière somme de la colonne 5 doit également être nulle pour satisfaire à la relation (46) du chapitre II).

Dans la pratique on distingue deux cas :

1° On connaît la courbe théorique soit par l'existence d'un plan, soit par l'abornement;

2° On ne connaît pas la courbe théorique.

1er cas.

a) Comme flèches nouvelles du raccord parabolique on admet les flèches théoriques, soit suivant la relation (18) :

$$F_0 = 0, \quad F_1 = \frac{a}{6}, \quad F_2 = a, \quad F_3 = 2a \cdots F_{m-1} = (m-2)\,a,$$

$$F_m = F_c - \frac{a}{6}, \quad F_{m+1} = F_c,$$

où

$$a = \frac{l^3}{16\,RL} \qquad \text{et} \qquad F_c = \frac{l^2}{8\,R}.$$

Dans le cas où à l'autre extrémité de la courbe les points d'abornement ne correspondent pas aux points de tangence du raccord parabolique avec l'alignement, d'une part, et avec la courbe circulaire, d'autre part, les flèches sont déterminées par les relations (25) (26) (27) (28) et (13) :

$$F_{n+1} = 0, \qquad F_n = \frac{a}{6}(1-N)^3, \qquad F_{n-1} = \frac{a}{6}\left[N^3 + 6\,(1+N)\right];$$

$$F_{n-2} = \frac{F_c \times x_{n-2}}{L}, \quad F_{n-3} = \frac{F_c \times x_{n-3}}{L};$$

$$F_{n-m} = F_c - \frac{a}{6}\left[(1+N)^3 - 2N^3\right], \; F_{n-m-1} = F_c - \frac{a}{6}N^3,$$

$$F_{n-m-2} = F_c.$$

b) Comme flèches d'une courbe circulaire sans raccord parabolique on a, suivant la relation (4) :

$$F_0 = 0, \quad F_1 = \frac{F_c}{2}, \quad F_2 = F_c \cdots F_{n-1} = F_c, \quad F_n = \frac{F_c}{2}, \quad F_{n+1} = 0,$$

et, si les points d'abornement ne correspondent pas au point de tangence, on a, suivant les relations (21′) et (22) :

$$F_0 = 0, \quad F_1 = \frac{F_c}{2}(1-N)^2, \quad F_2 = \frac{F_c}{2}(2-N^2), \quad F_3 = F_c \cdots,$$

Les valeurs des flèches des raccordements ainsi calculées sont ensuite inscrites dans la colonne 3. Puis on fait la différence entre la somme des quelques flèches ainsi déterminées

et la somme des flèches relevées; cette différence, divisée par le nombre de flèches encore inconnues, donne la valeur de la flèche de la courbe circulaire.

Donc

$$\frac{\Sigma f - \Sigma F\ (\text{raccords})}{n - 2m} = F_c. \tag{48}$$

Ces valeurs de F_c calculées sont ensuite inscrites dans la colonnes 3, en regard des points d'abornement de la courbe circulaire. Si la dernière division laisse un reste, celui-ci sera réparti en modifiant quelques flèches d'un millimètre.

Si nous avions calculé la valeur de F_c en tenant compte uniquement du plan d'abornement (soit $F_c = \frac{l^2}{8R}$), l'introduction de cette valeur dans la colonne 3 n'aurait pas permis de satisfaire à l'équation

$$\Sigma D = D_1 + D_2 + D_3 + \cdots + D_n = 0,$$

à cause du fait que la courbe primitive s'est déformée et que la somme des flèches relevées n'est plus égale à la somme des flèches de la courbe primitive.

Si la courbe se compose de plusieurs courbes de rayons différents, on agit pour les raccords paraboliques comme indiqué ci-dessus (raccords paraboliques entre courbes ou entre courbe et alignement). Comme valeur F_c des courbes on admet la valeur théorique, sauf pour la courbe ayant le plus grand développement. La valeur de la flèche corrigée F_c pour cette courbe se calcule en divisant la différence entre la somme des flèches mesurées et la somme des flèches déjà déterminées, par le nombre de flèches à déterminer.

Dès que la colonne 3 est complétée on établit par le calcul les données des autres colonnes. La colonne 5 doit se terminer par un zéro.

Pour les courbes de grand développement (plus grand que 500 m, par exemple, donc plus de 50 points d'abornement) et qui se composent de plusieurs courbes, les calculs indiqués ci-dessus sont excessifs. Dans ce cas il est à conseiller de

procéder par bonds : on détermine d'abord les flèches du premier raccord parabolique et la flèche moyenne F_c de la première courbe circulaire qui suit. On calcule immédiatement les différences (colonne 4) et la somme des différences (colonne 5). Si la somme de la colonne 5 à l'extrémité de la première courbe est grande (en valeur absolue), on exécutera une première correction sur la valeur des flèches F_c, soit en augmentant la valeur de quelques flèches si la dernière somme de la colonne 5 est positive, soit en diminuant la valeur de quelques flèches si cette dernière somme est négative.

Ensuite on évalue la flèche moyenne de la courbe suivante, et l'on détermine la valeur des flèches du raccord éventuel. On procédera de même pour les autres parties de la courbe. Lors de la dernière opération partielle, on veillera à disposer de 40 points au moins, afin de pouvoir réaliser facilement les corrections éventuelles; ces corrections doivent être exécutées de manière que la somme de la colonne 5 soit nulle.

La colonne 6 doit également se terminer par un zéro. Toutefois il est peu probable que la dernière somme de la colonne 6 soit nulle dès le premier calcul; il faudra donc procéder à des corrections qui s'inscriront dans les colonnes 3, 4, 5 et 6 dédoublées (3′, 4′, 5′, 6′).

Afin de pouvoir exécuter ces corrections avec succès il faudra tenir compte des remarques suivantes :

Si la dernière somme de la colonne 6 est négative, cela signifie que la courbe corrigée est tangente à un alignement droit parallèle à l'alignement primitif, mais se trouvant du côté intérieur de la courbe; de même, si cette dernière somme est positive, la courbe corrigée est tangente à un alignement droit parallèle à l'alignement primitif, mais extérieur à la courbe. L'alignement droit auquel la courbe est tangente est parallèle à l'alignement primitif, parce que la dernière somme de la colonne 5 est nulle. En effet, on peut démontrer que l'angle formé par deux alignements droits est le même lorsque la somme des flèches de deux courbes tangentes mesurées sur la même corde est constante.

Si le résultat de la colonne 6 est négatif, cela signifie que la courbe corrigée est trop courbée et qu'il faut donc diminuer sa courbure. A cet effet on diminuera d'une ou de plusieurs unités quelques flèches à l'origine de la courbe. Toutefois la dernière somme de la colonne 5 devant rester nulle (autrement dit la courbe devant être tangente à un alignement droit parallèle ou concordant avec l'alignement droit original), on devra augmenter vers l'extrémité de la courbe le même nombre de flèches d'une unité.

Si le résultat de la colonne 6 est positif la correction se fera en sens inverse : on augmentera quelques flèches au début de la courbe, en diminuant un même nombre de flèches vers la fin de celle-ci.

La correction s'effectue donc toujours par groupes de deux flèches, qui seront choisies de telle manière que la somme des produits de la différence de leurs numéros d'ordre et du nombre de millimètres dont on a fait varier les flèches, égale le résultat négatif ou positif de la colonne 6. Les variations sont indiquées dans la colonne 4 avec leur signe; de cette manière les flèches nouvelles deviennent

$$F' = F \pm c \quad \left\{ \begin{array}{l} (c \text{ étant la correction :} \\ 1, 2 \text{ ou plusieurs millimètres}). \end{array} \right.$$

Exemple : On a relevé les flèches dans une courbe de 4.150 m de rayon (voir tableau I); cette courbe n'a jamais de raccords paraboliques. Les points de tangence sont situés aux points 1 et 19 (on a dû relever plusieurs points avant et après les points d'approche 0 et 20, parce que la valeur des flèches en ces points n'était pas nulle).

Nous savons que les flèches nouvelles aux points 0, 1, 2 et 18, 19, 20 sont déterminées par

$$F_0 = F_{20} = 0;$$

$$F_1 = F_{19} = \frac{F_c}{2} = 6 \text{ mm};$$

$$F_2 = F_{18} = F_c = \frac{l^2}{8\,R} = \frac{50.000}{4.150} = 12 \text{ mm}.$$

La somme des flèches relevées est égale à 219; la somme des flèches nouvelles pour les raccords est égale à 36; il

reste 15 points d'abornement pour lesquels nous devons déterminer la flèche; donc

$$\frac{\Sigma f - \Sigma \mathrm{F\,(raccords)}}{n - 2m} = \frac{219 - 36}{21 - 6} = \frac{183}{15} = 12\,(+ \text{ reste } 3).$$

Le reste indique donc que trois flèches devront avoir la valeur 13 au lieu de 12; afin de rendre la courbe symétrique nous placerons ces trois flèches au centre de la courbe (nos 9, 10, 11).

Quand nous exécutons les calculs nous constatons que la dernière somme de la colonne 6 n'est pas nulle, mais égale —8. Ceci signifie que la courbe corrigée est trop courbée. Afin de diminuer la courbure, en réalisant la tangence entre les alignements droits et la courbe rectifiée, nous ferons varier quelques groupes de deux flèches : soit un groupe se trouvant à 8 demi-longueurs de corde l'une de l'autre, soit deux groupes ayant chacun une différence de numéro d'ordre égale à 4, etc. Nous avons diminué la flèche au point 4 d'une unité et augmenté celle du point 12 d'une unité. Cette opération a annulé l'erreur de fermeture de la colonne 6.

Afin de faciliter la revision des calculs, on trace deux lignes horizontales encadrant la zone de rectification, et la dernière rangée de chiffres, qui ne subit pas de modification, est transcrite dans la deuxième série de colonnes.

Le résultat que nous venons d'obtenir n'est pas nécessairement le meilleur; en effet, si nous nous étions imposé que les ripages ne peuvent pas excéder 100 mm, il nous faudra à nouveau faire varier les flèches de la colonne 3. Nous constatons en effet que le ripage au point 10 est trop grand. Afin de réduire la somme de la colonne 6 au point 10 de 20 mm, par exemple, il faut augmenter quelques flèches à l'origine de la courbe et diminuer quelques autres à proximité du point 10; cette variation devra être réalisée de manière que la somme des produits de la différence des numéros d'ordre par la variation égale 20 mm.

Nous avons choisi les modifications suivantes :

$$\begin{array}{rlll} & \mathrm{F}_3 + 1, & \mathrm{F}_4 + 2, & \mathrm{F}_5 + 1 \\ \text{et} & \mathrm{F}_8 - 1, & \mathrm{F}_9 - 2, & \mathrm{F}_{10} - 1. \end{array}$$

De cette manière, la somme de la colonne 6 au point 10 est diminuée de

$$(1 \times 5) + (2 \times 5) + (1 \times 5) = 20.$$

Toutefois, la dernière somme de la colonne 6 doit rester nulle; il faut donc introduire une deuxième variation des

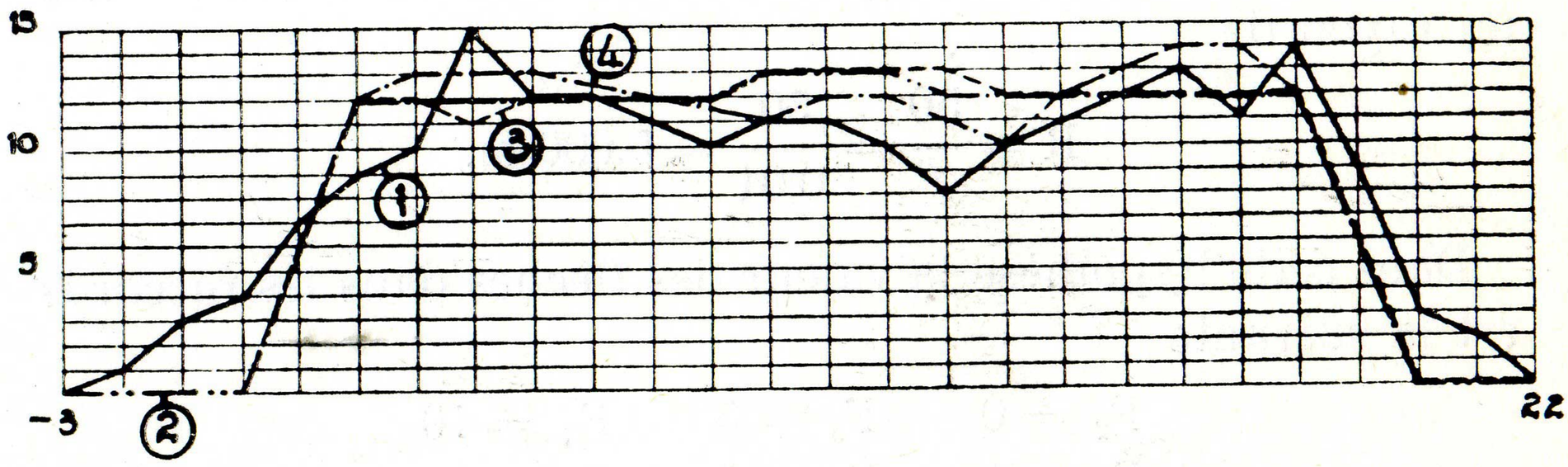


Fig. 29

flèches, augmentant cette fois de 20 la somme de la colonne 6. A cet effet, nous avons choisi les flèches aux points 11, 12, 13 et 15, 16, 17, d'où une augmentation de la somme de la colonne 6 au point 17 s'élevant à

$$(1 \times 4) + (2 \times 4) + (2 \times 4) = 20.$$

A partir du point 18 tout se passe comme dans les premières colonnes 3, 4, 5 et 6. Nous obtenons finalement le diagramme en trait pointillé de la figure 29.

2e cas.

Si la courbe n'est pas abornée et qu'on ne dispose pas d'un plan d'abornement, on procédera comme suit : on vérifie d'abord l'étendue de la courbe, ensuite on divise la somme des flèches mesurées par le nombre de bornes, en tenant compte le cas échéant des raccords. Le rayon de la courbe se déduit de la valeur de la flèche moyenne. Dès que ce rayon est connu, on peut procéder comme dans le cas précédent.

Exemple : Nous reprenons l'exemple ci-dessus, mais en supposant que nous ne connaissons pas la courbe. Les flèches ont été relevées à partir du point 0, où la flèche était nulle,

jusqu'au point 25, où débute le deuxième alignement droit (voir tableau II). Les points de tangence ne sont pas imposés dans ce cas; toutefois il faudra les choisir compte tenu des flèches relevées. Nous admettrons que les points de tangence sont 3 et 24; il y aura donc 21 bornes, dont la somme des flèches devra être égale à 219.

La flèche moyenne est égale à 10 mm, ce qui correspond à un rayon de

$$R = \frac{50}{f} = \frac{50}{0{,}01} = 5.000 \text{ m.}$$

Dans cette hypothèse la valeur des flèches dans les raccords est la suivante

$$F_2 = 0 \qquad F_3 = 5 \qquad F_4 = 10$$
$$\text{et } F_{23} = 10 \qquad F_{24} = 5 \qquad F_{25} = 0.$$

Il y aura également 9 flèches dont la valeur sera 11 au lieu de 10 (parce que $\frac{219}{21} = 10 +$ reste 9); nous les placerons au milieu de la courbe. Quand on réalise les calculs on constate que la dernière somme de la colonne 6 est + 106 (soit un ripage vers l'extérieur). Nous devons donc augmenter la courbure de la courbe corrigée de telle manière que la somme des moments des corrections des flèches égale + 106. Ces corrections ont été réalisées au tableau II. On a par conséquent

$$(1 \times 8) + (1 \times 8) + (1 \times 9) + 4 \times (2 \times 9) + (1 \times 9)$$
$$= 8 + 8 + 9 + 72 + 9 = 106.$$

Ces nouvelles flèches exigent un ripage maximum de 72 mm, ce qui est admissible.

Nous obtenons ainsi le diagramme pointillé de la figure 30.

Remarques :

1. Quoique d'une simplicité remarquable, les calculs exigent une certaine expérience de la part du calculateur, qui doit pouvoir prévoir l'influence des corrections successives.

Ainsi dans l'exemple précédent (tableau I, 2e correction) nous constatons qu'à partir du point 7 les ripages sont trop importants (112 mm = 2 × 56). Un bon opérateur arrête les calculs à partir de ce point et apporte de nouvelles corrections avant de continuer. Puisque le déplacement est positif (donc vers l'extérieur de la courbe), il faudra augmenter la courbure au début de la courbe afin de réduire ainsi le ripage de la courbe existante. Nous avons réalisé ceci en augmentant les

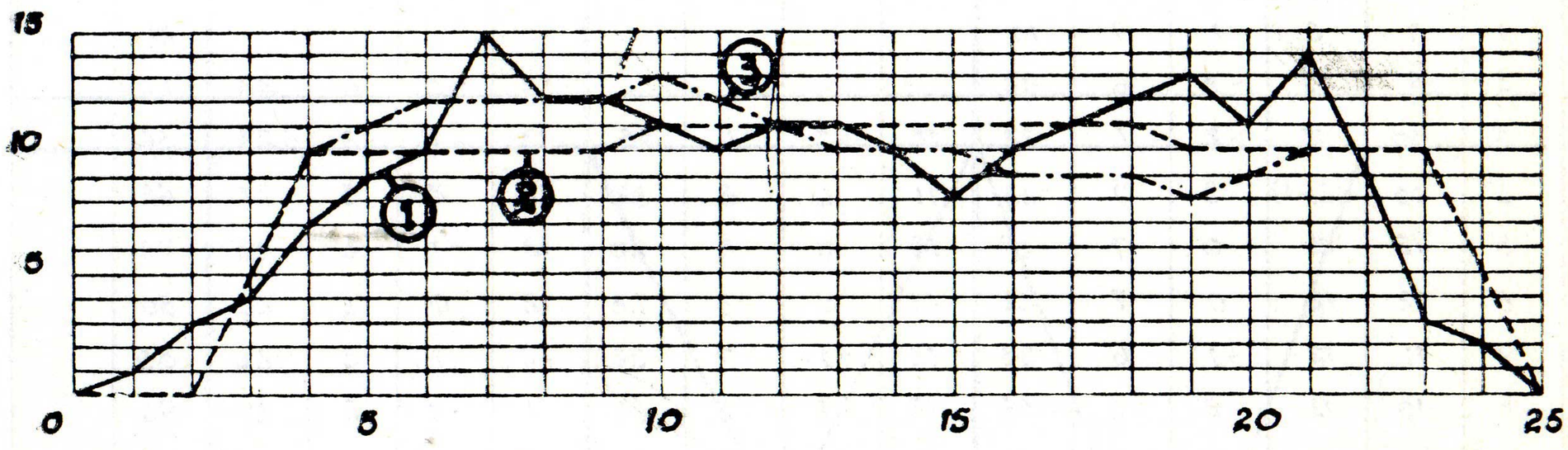


Fig. 30

flèches aux points 3, 4 et 5. Nous pouvons reprendre les calculs à partir du point 3 en n'oubliant pas qu'il faut diminuer trois flèches pour compenser l'augmentation des flèches aux points 3, 4 et 5. Cette diminution a été réalisée aux points 8, 9 et 10. Toutefois, les variations des flèches aux points 3, 4, 5 et 8, 9, 10 entraînent une diminution des sommes de la colonne 6 de $(1 \times 5) + (2 \times 5) + (1 \times 5) = 20$ unités. Il nous faudra donc compenser cette première modification par un autre en sens inverse; nous la réaliserons aux points 11, 12, 13 et 15, 16, 17.

2. Nous remarquons sur les figures 29 et 30 que le diagramme des flèches de la courbe corrigée (3) ne correspond pas entièrement au diagramme (2) de la courbe théorique. Les différences entre les flèches ne dépassent toutefois pas les tolérances énoncées au début de ce chapitre.

1	2	3	4	5	6	3	4	5	6	3	4	5	6	7	8
-3	0	0	0	0	0									0	
-2	1	0	1	1	0									0	
-1	3	0	3	4	1									2	
0	4	0	4	8	5									10	
1	7	6	1	9	13									26	
2	9	12	-3	6	22					12	-3	6	22	44	
3	10	12	-2	4	28	12	-2	4	28	13	-2	3	28	56	
4	15	12(-1)	3	7	32	11	4	8	32	13	2	5	31	62	
5	12	12	0	7	39	12	0	8	40	13	-1	4	36	72	
6	12	12	0	7	46	12	0	8	48	12	0	4	40	80	
7	11	12	-1	6	53	12	-1	7	56	12	-1	3	44	88	
8	10	12	-2	4	59	12	-2	5	63	11	-1	2	47	94	
9	11	13	-2	2	63	13	-2	3	68	11	0	2	49	98	
10	11	13	-2	0	65	13	-2	1	71	12	-1	1	51	102	
11	10	13	-3	-3	65	13	-3	-2	72	12	-2	-1	52	104	
12	8	12(+1)	-4	-7	62	13	-5	-7	70	11	-3	-4	51	102	
13	10	12	-2	-9	55	12	-2	-9	63	10	0	-4	47	94	
14	11	12	-1	-10	46	12	-1	-10	54	12	-1	-5	43	86	
15	12	12	0	-10	36	12	0	-10	44	13	-1	-6	38	76	
16	13	12	1	-9	26	12	1	-9	32	14	-1	-7	32	64	
17	11	12	-1	-10	17	12	-1	-10	25	14	-3	-10	25	50	
18	14	12	2	-8	7	12	2	-8	15	12	+2	-8	15	30	
19	9	6	3	-5	-1	6	3	-5	7					14	
20	3	0	3	-2	-6	0	3	-2	2					4	
21	2	0	2	0	-8	0	2	0	0					0	
22	0	0	0	0	-8	0	0	0	0					0	
	①	②				③				④					

TABLEAU I.

1	2	3	4	5	6	3'	4'	5'	6'	7	8
0	0	0	0	0	0					0	
1	1	0	1	1	0					0	
2	3	0	3	4	1					2	
3	4	5	−1	3	5					10	
4	7	10	−3	0	8	10	−3	0	8	16	
5	9	10(+1)	−1	−1	8	11	−2	−2	8	16	
6	10	10(+2)	0	−1	7	12	−2	−4	6	12	
7	15	10(+2)	5	4	6	12	3	−1	2	4	
8	12	10(+2)	2	6	10	12	0	−1	1	2	
9	12	10(+2)	2	8	16	12	0	−1	0	0	
10	11	11(+2)	0	8	24	13	−2	−3	−1	−2	
11	10	11(+1)	−1	7	32	12	−2	−5	−4	−8	
12	11	11	0	7	39	11	0	−5	−9	−18	
13	11	11(−1)	0	7	46	10	1	−4	−14	−28	
14	10	11(−1)	−1	6	53	10	0	−4	−18	−36	
15	8	11(−1)	−3	3	59	10	−2	−6	−22	−44	
16	10	11(−2)	−1	2	62	9	1	−5	−28	−56	
17	11	11(−2)	0	2	64	9	2	−3	−33	−66	
18	12	11(−2)	1	3	66	9	3	0	−36	−72	
19	13	10(−2)	3	6	69	8	5	5	−36	−72	
20	11	10(−1)	1	7	75	9	2	7	−31	−62	
21	14	10	4	11	82	10	4	11	−24	−48	
22	9	10	−1	10	93				−13	−26	
23	3	10	−7	3	103				−3	−6	
24	2	5	−3	0	106				0	0	
25	0	0	0	0	106				0	0	

① ② ③

TABLEAU II.

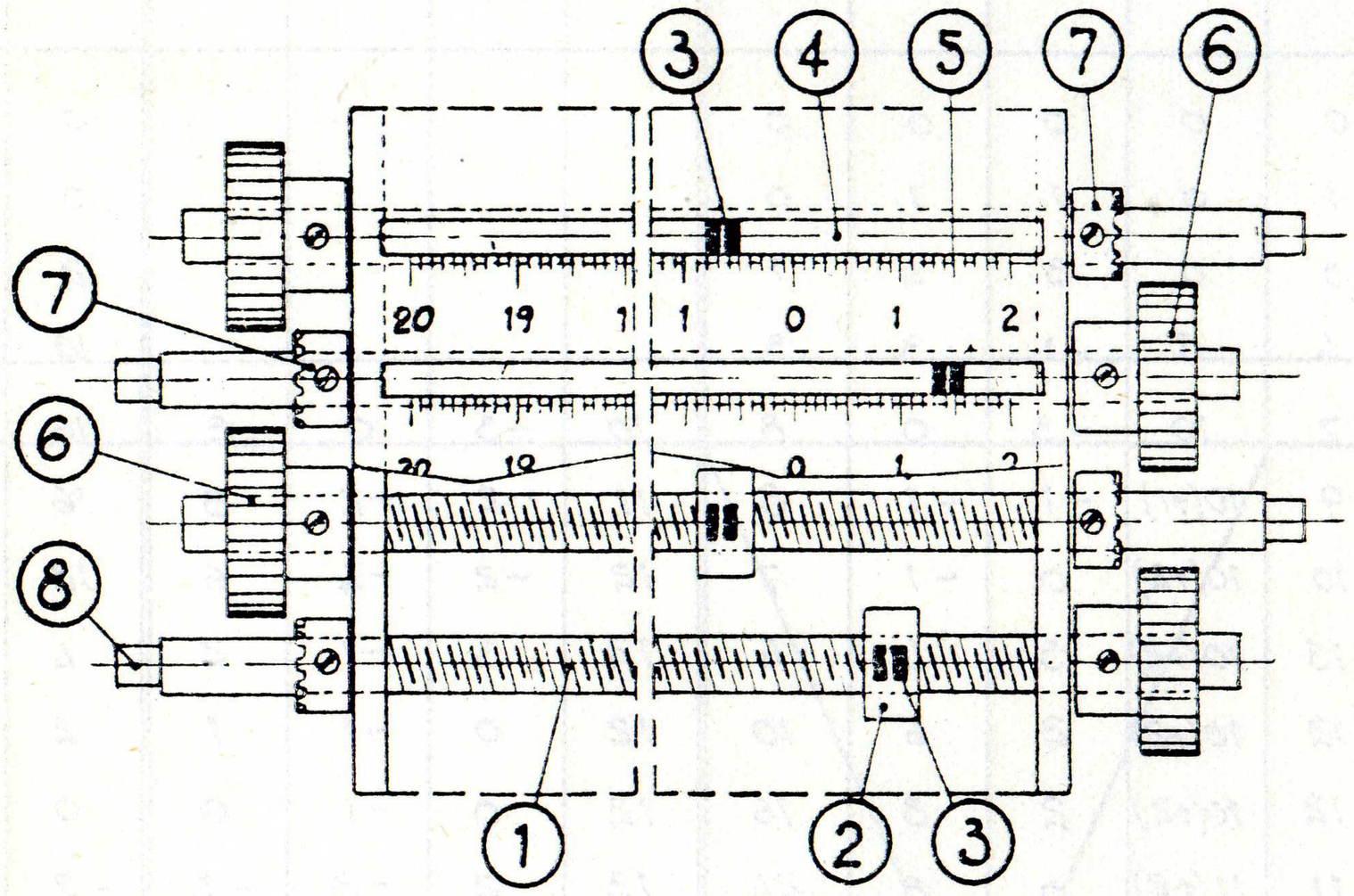


Fig 31

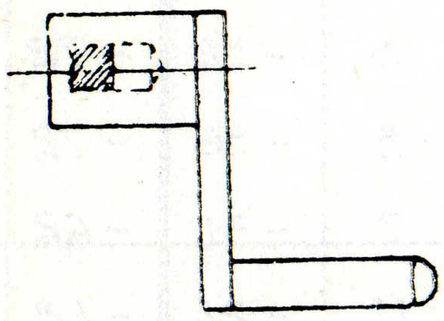


Fig. 32

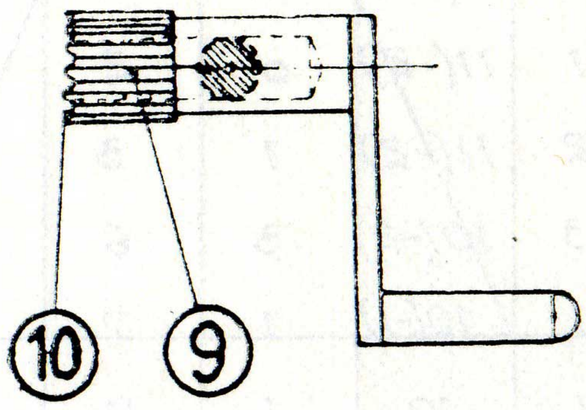


Fig. 33

CHAPITRE IV.

LA MÉTHODE « MEDICO » POUR LA CORRECTION DES FLÈCHES.

1. PRINCIPE.

Au début du chapitre II nous avons établi des relations entre les flèches et les déplacements. Ces relations, qui se rapportent au déplacement d_i d'un point i quelconque, nous donnent la valeur de la nouvelle flèche au point i et aux points voisins :

$$F_{i-1} = f_{i-1} - \frac{d_i}{2} ;$$

$$F_i = f_i + d_i ;$$

$$F_{i-1} = f_{i-1} - \frac{d_i}{2} .$$

L'appareil « Medico », qui est une machine à calculer spécialement construite pour la rectification des courbes, réalise ces relations mécaniquement. Il matérialise le diagramme des flèches d'une courbe (flèches en vraie grandeur et équidistantes de 11 mm) et permet d'obtenir rapidement sans calcul, en partant des flèches relevées f, les flèches nouvelles F et les déplacements correspondants.

2. DESCRIPTION ET FONCTIONNEMENT.

Dans le « Medico » chacune des flèches est matérialisée par un index (3) (fig. 31) fixé sur un écrou (6) qui se déplace longitudinalement par la rotation d'une tige filetée (1).

L'index coulisse dans une lumière (4) le long d'une graduation millimétrique (5). Chaque tige filetée comporte, calés sur ses extrémités, d'un côté, un engrenage (6) de 30 dents, et de l'autre côté un pignon taillé en bout (7) de 15 dents. Les engrenages (6) et (7) sont disposés en quinconce sur les différentes tiges successives.

L'extrémité de chaque tige filetée taillée en carré (8) permet d'animer isolément la tige à l'aide d'une manivelle figure 32. Cette opération est indispensable afin de pouvoir déplacer l'index (3) de manière à réaliser sur l'appareil le diagramme des flèches relevées.

Une seconde manivelle (fig. 33) comporte un pignon (9) de même module que les pignons (6), mais dont le nombre de dents est moitié moindre (donc 15 dents); l'extrémité (10) de la manivelle s'embraie en bout avec le pignon (7) de chaque tige. Par cette opération les pignons (6) des deux tiges voisines sont également embrayés avec le pignon (9). Par sa rotation, cette manivelle ainsi posée provoque le déplacement de l'index de la tige filetée, sur laquelle elle est embrayée, de la quantité et dans le sens désirés, tandis que les index des deux tiges voisines se déplacent d'une quantité moitié moindre dans le sens contraire. En effet, quand on tourne la manivelle vers la droite, les deux pignons voisins (6) tournent à gauche et leur vitesse de rotation est la moitié de celle de la manivelle.

$$\left(\frac{w_1}{w_2} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}\right).$$

Les flèches relevées à l'origine sont donc ainsi modifiées à la demande, par la manœuvre de 3 flèches successives embrayées par la manivelle avec pignon de la figure 33. En procédant ainsi par améliorations successives du diagramme des flèches relevées on obtient des flèches modifiées formant un diagramme nouveau.

Le « Medico » donne de plus, sans calcul et sans manœuvre supplémentaire, les déplacements correspondant à chaque point, c'est-à-dire la quantité dont il faut riper la voie ou adapter les piquets pour obtenir les flèches nouvelles. Ce résultat particulièrement important est obtenu de la façon suivante :

Nous savons que l'index subit au cours de la manipulation deux sortes de mouvements :

1. des mouvements directs : ceux de valeur $\pm d_i$ de la flèche sur laquelle est placée et manœuvrée la manivelle avec pignon;

2. des mouvements indirects, ceux de valeur $\mp \frac{d_{i-1}}{2}$ ou $\mp \frac{d_{i+1}}{2}$ résultant de la manœuvre directe de l'une des deux flèches adjacentes.

Le déplacement de chaque point est la somme algébrique des seuls mouvements directs de l'index correspondant à ce

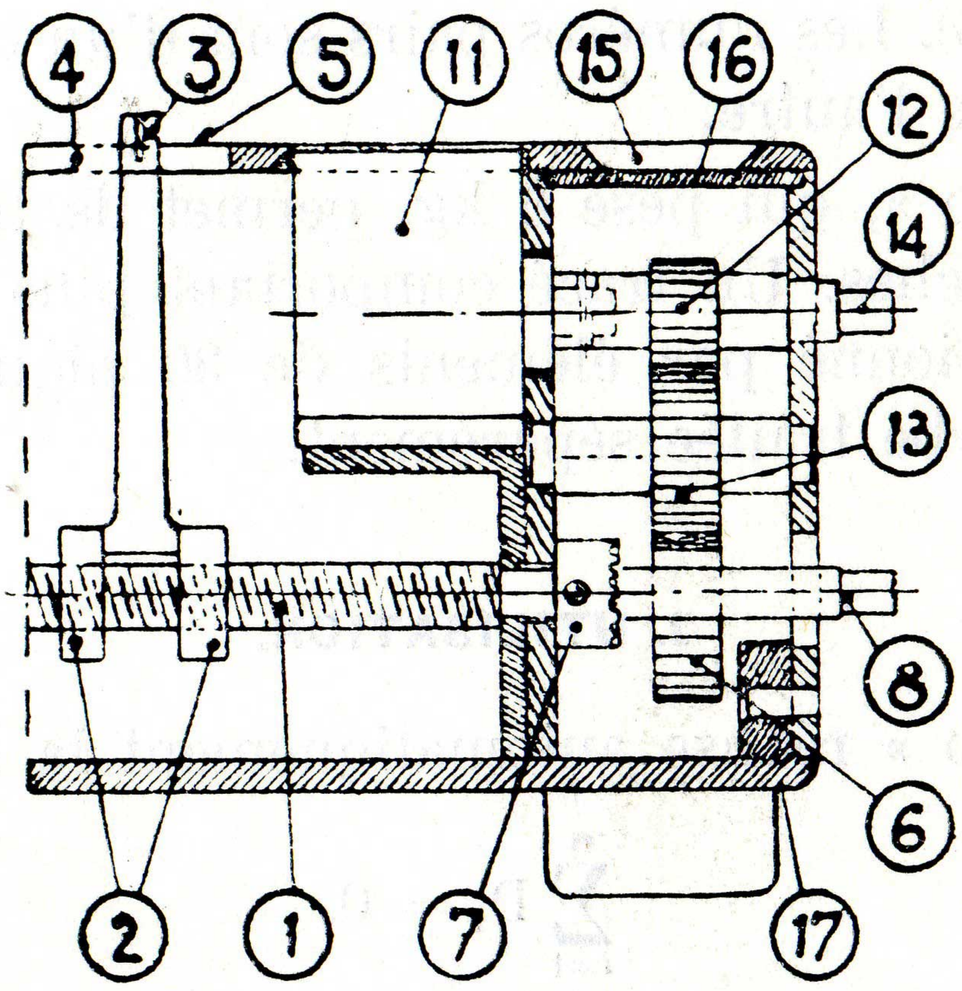


Fig. 34

point. Le « Medico » enregistre ces déplacements sur un compte-tours (11) (fig. 34), qui se trouve au-dessus de chaque tige filetée (1) du côté du pignon (7). Quand la manivelle avec pignon (9) est accouplée au pignon (7), elle entraîne, outre les deux pignons (6) adjacents, le train d'engrenage (12) (13) qui entraîne le compte-tours. Le rapport entre le nombre de dents des pignons 9, 12 et 13 et le pas de la tige filetée est tel que le compte-tours manque une unité quand l'index se déplace de 1 mm. Les déplacements indirects des index ne sont pas transmis au compte-tours, puisque dans ce cas les pignons (6) et (12) (13) ne sont pas accouplés.

Le compteur fonctionne dans les deux sens, comptant dans l'un de 1 à 9.999, décomptant dans l'autre de 9.999 à 1. De plus, chaque compteur peut être manœuvré seul, pour sa sa remise à zéro, sans déplacement de l'index de la flèche correspondante, à l'aide de la manivelle (fig. 38) se plaçant sur l'extrémité (14) du pignon du compteur.

Sur le dessus de l'appareil, au droit de chaque flèche du côté du compteur, se trouve une lumière (15) rendant visible le numéro du piquet correspondant gravé sur une réglette coulissante (16). Les numéros pairs sont d'un côté, les numéros impairs de l'autre.

Le « Medico », qui pèse 6 kg, permet de traiter simultanément 32 flèches. Un tracé comportant plus de 30 piquets peut être sectionné par éléments de 30 piquets et chaque partie de courbe traitée séparément.

3. UTILISATION.

Le « Medico » réalise automatiquement la condition

$$\sum_{i=1}^{n} D_i = 0.$$

Toutefois pour réaliser la condition

$$\sum_{i=1}^{n} i D_i = 0$$

l'opérateur doit veiller à obtenir un déplacement nul à la dernière borne de la courbe. A cet effet il est à conseiller d'exécuter les corrections en partant des deux extrémités.

Les remarques que nous avons faites au début de la méthode de correction par calcul, concernant les raccords paraboliques et les flèches dans les courbes, sont également valables pour l'utilisation du « Medico ». Les tolérances sur la valeur des flèches sont les mêmes.

Nous distinguons également deux cas :

1° la courbe abornée;

2° la courbe non abornée.

Dans le premier cas la valeur des flèches dans les raccords et dans la courbe est déterminée comme expliqué dans le chapitre précédent.

Les opérations successives pour rectifier un tracé à l'aide du « Medico » sont les suivantes :

1. Mise à zéro des compteurs.

Cette opération se fait au moyen d'une manivelle (fig. 32) destinée uniquement à cet usage. Cette manivelle, placée sur l'extrémité mâle (14) de chaque compteur, est animée d'un mouvement de rotation dans un sens ou dans l'autre, suivant l'indication du compteur. (Il existe également des appareils sur lesquels les extrémités mâles (14) sont remplacées par des trous carrés. Dans ce cas une manivelle à extrémité mâle est utilisée pour la mise à zéro des compteurs). L'opérateur doit s'exercer afin de pouvoir se servir des deux mains, la droite pour la mise à zéro des compteurs pairs, la gauche pour la mise à zéro des compteurs impairs.

Dès que les compteurs sont mis à zéro et vérifiés ils ne peuvent plus être manœuvrés séparément durant les opérations suivantes.

A noter que le premier et le dernier index du « Medico » ne comportent pas de compteur, puisqu'ils ne peuvent subir de déplacement direct.

Remarque : Cette opération de mise à zéro des compteurs peut être avantageusement effectuée à la fin de la manipulation, après le relevé des résultats, comme dernière opération. Elle est alors réalisée avec la manivelle à pignon, les index se déplaçant en même temps que les chiffres des compteurs. La mise à zéro ainsi effectuée constitue un moyen de vérification, car les compteurs étant remis à zéro, les index doivent indiquer les flèches primitives.

2. Pose du diagramme des flèches mesurées.

a) On déplace les deux rubans en acier de manière à faire correspondre les numéros des index avec les numéros des piquets sur le terrain.

Ces rubans permettent une numérotation continue de —10 à 240. Les numéros négatifs de 0 à —10 permettent de réserver quelques repères indispensables dans les alignements qui précèdent les courbes. Quand le tracé comporte plus de 240 piquets, il convient de donner à ces derniers un deuxième numéro repris sur les rubans.

b) La pose du diagramme des flèches mesurées s'effectue à l'aide de la manivelle de la figure 32, qui se place successivement sur l'extrémité de chaque tige filetée. En tournant la manivelle dans le sens voulu on obtient le déplacement rapide et précis de l'index. Ici également l'opérateur pourra réduire le temps de l'opération en se servant des deux mains.

La graduation de 250 mm permet de poser directement les flèches positives de 200 mm (ce qui représente, mesurée sur une corde de 20 m, une courbe de 250 m de rayon) et des flèches négatives de —50 mm.

De plus grandes flèches se posent aussi facilement de la manière suivante :

— Si le tracé ne comporte pas de flèches négatives on peut poser directement des flèches de 250 mm.

— Si le tracé comporte seulement quelques flèches supérieures à 200 mm, il est possible de les corriger préalablement par groupe de trois (exemple : les flèches mesurées étant 165—235—136, on posera les flèches corrigées suivantes : 165 + 25 = 190; 235—50 = 185 et 135 + 25 = 171, par application du principe de base du « Medico », et l'on notera un déplacement —50 au piquet central dont la flèche était 235).

— Il est possible également de poser les flèches en demi-grandeur : les compteurs donnent alors les demi-déplacements.

— On peut enfin relever la base de zéro, ce qui permet de poser des flèches négatives supérieures à —50 mm.

3. Correction des flèches.

C'est l'opération la plus importante, qui exige une grande habileté de la part de l'opérateur. Il n'est pas indispensable que celui-ci connaisse la méthode de calcul précédente ou

une autre méthode semblable pour pouvoir corriger une courbe à l'aide du « Medico »; toutefois, il est indispensable qu'il puisse « lire » un diagramme des flèches. Il doit donc connaître non seulement les relations courbe-flèche-rayon, mais aussi les relations entre les flèches et les ripages: il doit également savoir que la somme des flèches des différents diagrammes d'une même courbe est constante et que la somme des moments de ces flèches par rapport à l'origine est aussi constante (voir chapitre III).

La partie mécanique de l'opération consiste à poser la manivelle sur l'extrémité de la tige filetée et à donner à l'index correspondant la position désirée en tournant la manivelle dans le sens voulu. Pour cette opération on dispose également d'un doigt à pignon qui permet d'effectuer la même opération, mais qui est plus maniable.

Ici aussi il est indispensable de multiplier les deux manivelles alternativement des deux mains à droite ou à gauche suivant les besoins du tracé.

Il existe deux manières de procéder à la correction des flèches :

a) Le diagramme des flèches relevées peut être amélioré progressivement par action sur les flèches les plus mauvaises (diminution des flèches les plus grandes, augmentation des flèches les plus petites). Cette rectification s'obtient en agissant directement sur les index des flèches à modifier, donc en regardant principalement l'index central des groupes de trois successivement embrayés. Dans cette méthode il est nécessaire d'agir plusieurs fois sur les mêmes index, de façon que le diagramme primitif se transforme progressivement en un diagramme nouveau.

Cette méthode est la meilleure, car elle permet de s'acheminer petit à petit du diagramme primitif vers celui jugé acceptable. D'autre part, le manipulateur voit immédiatement les conséquences de ses opérations, tandis que les ripages sont minimes.

b) Une autre méthode consiste à obtenir immédiatement et avec précision, par une seule action sur chaque tige, un tracé recherché.

Dans ce cas, ce n'est plus l'index central du groupe de trois qui est pris comme guide, mais un des index latéraux (qui n'exécutent que le demi-déplacement de l'index central).

Dans cette méthode, l'opérateur est beaucoup moins maître d'exécuter les déplacements qu'il désire et ceux-ci vont souvent en augmentant. Il est d'ailleurs exclu de régulariser totalement un tracé par cette méthode, d'autant plus que les déplacements sont parfois importants.

Il est indiqué de la combiner avec la méthode précédente, ce qui permet d'obtenir plus rapidement une solution tout en conservant les avantages de la première méthode.

Remarques :

1. Lors de la correction du tracé, il y a lieu de tenir compte de toutes les particularités, tels les ripages maxima, les variations de flèches maxima, points obligés, flèches obligées, etc. Pour les déplacements nuls en certains points l'opérateur dispose de boutons qui peuvent être glissés sur l'extrémité des tiges (8) et qui empêchent la manœuvre de cette tige.

2. Si le diagramme comporte plus de 30 flèches, on procédera à la correction des flèches par tranches de 30. Pour déterminer ces tranches on tâchera de choisir les points de répartition autant que possible dans les zones où le diagramme est plus ou moins régulier. D'autre part, il est indiqué de reprendre quelques points d'un diagramme corrigé dans le diagramme suivant. A remarquer que les flèches à reprendre sont celles du diagramme corrigé, mais que les déplacements à réaliser dans ces points égalent la somme des déplacements respectifs obtenus par le premier et par le deuxième diagramme.

Une autre méthode consiste à poser sur le « Medico » le diagramme des flèches mesurées sous la corde de 40 m. De cette manière il est possible de traiter en une seule étape une courbe de 600 m de développement (30×20 m). Il n'est pas nécessaire de mesurer les flèches sous une corde de 40 m sur le terrain, car il suffit de déterminer cette flèche f_i au

départ des flèches f_i mesurées sous la corde de 20 m, par la formule.

$$f'_i = f_{i-1} + 2f_i + f_{i+1}$$

qui est suffisamment précise.

Ces flèches étant quatre fois aussi grandes que celles des flèches sous la corde de 20 m, il faudra les poser sur l'appareil à une certaine échelle, soit $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{10}$.

La correction s'effectue comme pour la méthode ordinaire, à cette différence près que les déplacements obtenus devront être multipliés par 2, 5 ou 10; ces déplacements correspondent à des points distants de 20 m.

Si nécessaire, une opération rapide permet de déterminer les déplacements et les flèches en des points distants de 10 m (donc suivant l'opération habituelle).

CHAPITRE V.

OPÉRATIONS SUCCESSIVES POUR LA RECTIFICATION DES COURBES.

La rectification des courbes doit être exécutée méthodiquement. Le schéma des opérations, indiqué dans ce qui suit, permet de disposer des données nécessaires pour rétablir le tracé primitif après les renouvellements éventuels.

Nous distinguons les cas suivants :

1° La courbe existante doit subir *une modification de tracé*, qui entraîne des déplacements pouvant atteindre plusieurs décimètres. Dans ce cas, l'ancien abornement sera toujours remplacé par des bornes en bois du nouveau modèle.

2° La courbe existante ne doit subir qu'une *rectification* (ceci est le cas général à l'entretien) :

a) si la courbe n'est pas encore abornée avec les nouvelles bornes et pour autant que ces bornes ne doivent pas être placées, la rectification comporte la mesure des flèches sur le rail et le ripage consécutif de la voie.

Après le ripage, la voie sera repérée par rapport aux bornes existantes et le cas échéant par rapport aux nouvelles bornes supplémentaires (déplacement du trait sur la bande de plomb ou du clou-repère).

b) Si la courbe doit être abornée avec des bornes du nouveau modèle, les opérations seront réalisées comme dans le cas d'une modification de tracé (§ 1° ci-dessus).

c) Dans le cas où la courbe est déjà abornée avec les bornes du nouveau type, la rectification du tracé consiste à rendre la voie concentrique aux piquets d'abornement par ripages locaux. L'abornement même ne sera rectifié que tous les cinq ans environ.

En résumé, nous distinguons principalement les trois cas suivants :

1. Courbe, non abornée ou abornée avec des bornes de l'ancien type, qui doit être abornée suivant le nouveau procédé (cas des modifications de tracé et des rectifications de courbes).

2. Courbe abornée suivant le nouveau procédé.

3. Courbe, non abornée ou abornée avec des bornes de l'ancien type, qui ne doit pas être abornée suivant le nouveau procédé (cas des rectifications de courbes).

Le tableau ci-dessous résume les opérations dans les différents cas.

Courbe existante

Ne doit pas être abornée suivant le nouveau procédé.

1. Relever les flèches sur le rail inscrire à l'annexe I).
2. Corriger les flèches sur le « Medico » ou par calcul (déterminer les déplacements).
3. Réalisation des rectifications sur le terrain :
   a) déterminer la position du rail par rapport au rail voisin ou par rapport à de petits piquets provisoires;
   b) indiquer la valeur et la direction des déplacements sur les traverses;
   c) ripage de la voie.
4. Repérage de la voie par rapport aux anciennes bornes.
5. Vérification de la position de la voie après quelques jours et rectification éventuelle.

Doit être abornée suivant le nouveau procédé.

1. Relever les flèches sur le rail.
2. Corriger les flèches sur le « Medico » ou par calcul (déplacements).
3. Implanter des bornes compte tenu des déplacements.
4. Relever les flèches sur les bornes.
5. Correction de ces dernières flèches (« Medico » ou calcul) et rédaction du diagramme des flèches.
6. Réalisation des ripages sur les bornes, par déplacement du clou-repère ou éventuellement par déplacement de la borne.
7. Ripage de la voie.
8. Vérification de la position de la voie après quelques jours et rectification éventuelle.

Courbes abornées

suivant le nouveau procédé (contrôle de l'abornement).

1. Relever les flèches sur les bornes.
2. Correction de ces flèches compte tenu du diagramme des flèches existant.
3. Réalisation des ripages sur les bornes.
4. Ripage de la voie.
5. Vérification de la position de la voie après quelques jours et rectification éventuelle.

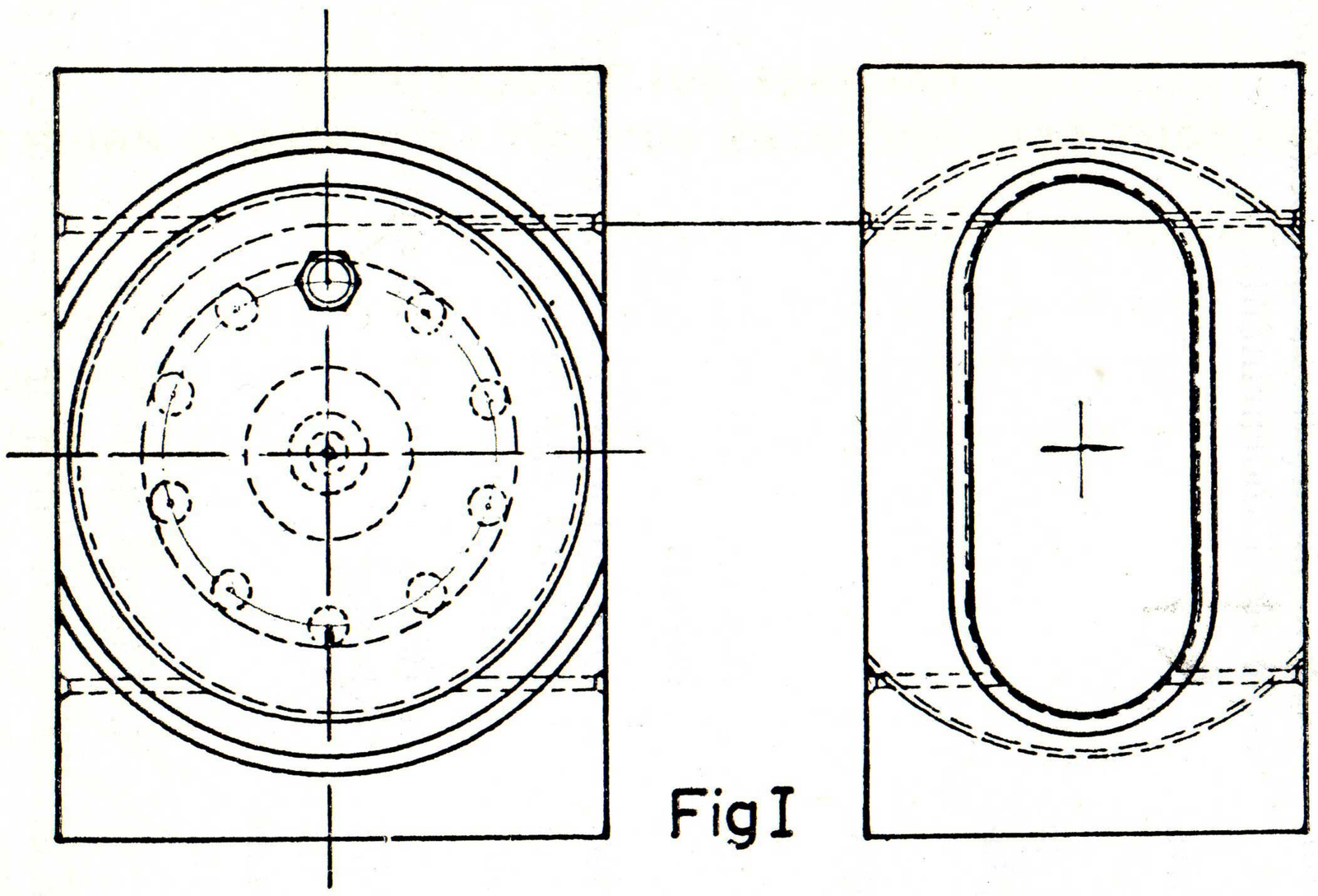


Fig I

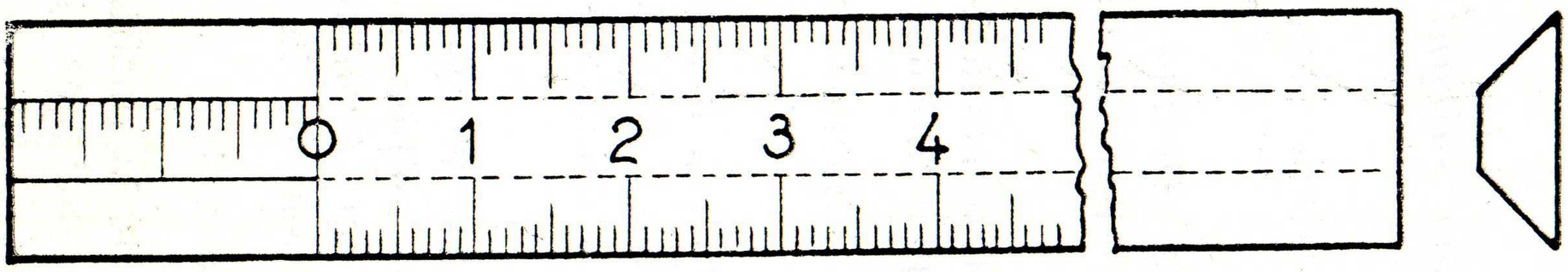


Fig II

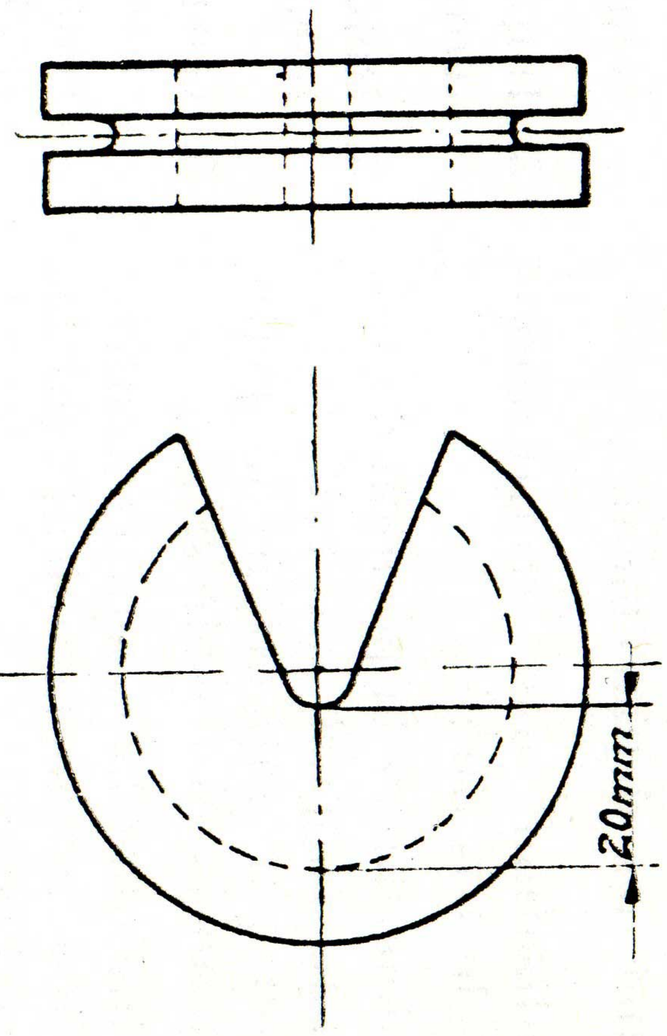


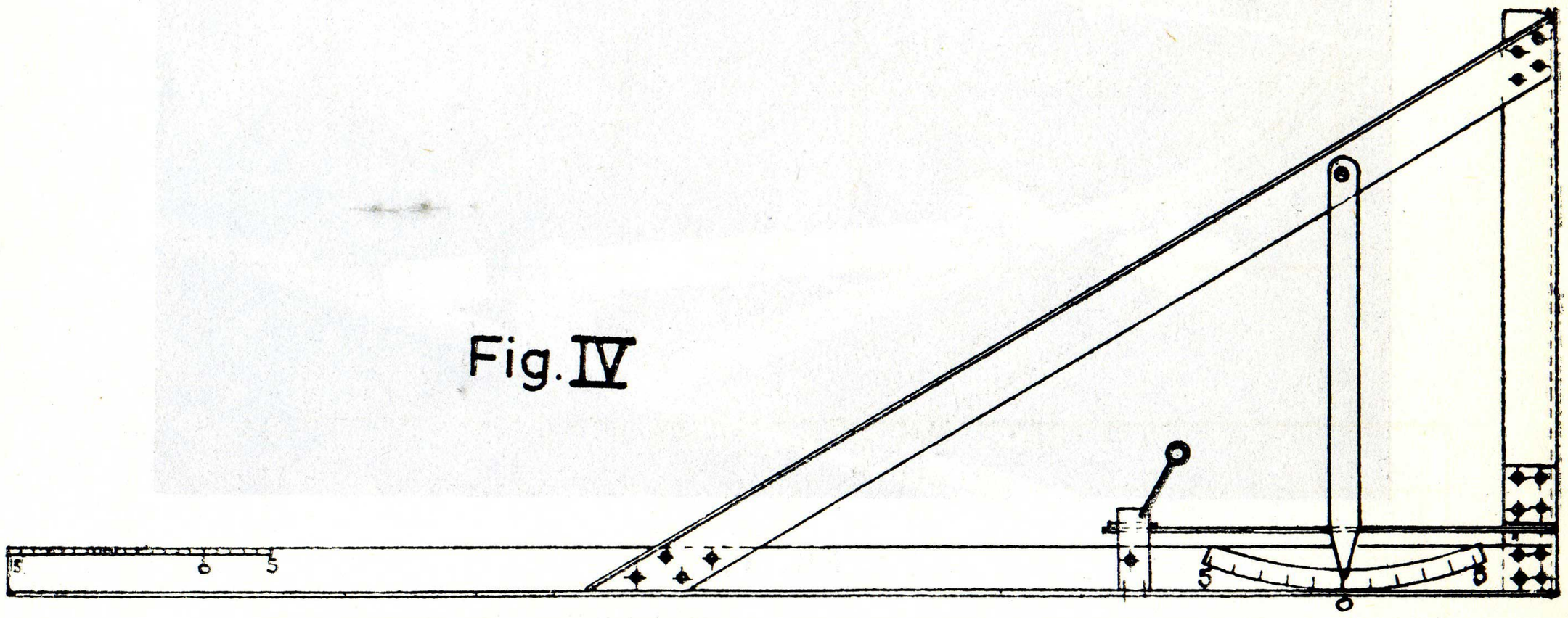
Fig. III

I. — COURBES QUI DOIVENT ÊTRE OU QUI SONT DÉJÀ ABORNÉES SUIVANT LE NOUVEAU PROCÉDÉ.

A. — Relevage des flèches.

Cette opération des plus importantes, sur laquelle se base le calcul des déplacements, tant pour le « Medico » que pour la méthode par calcul, sera exécutée avec le plus grand soin.

Fig. IV



Le contremaître de la voie exécutera le relevage des flèches au moyen d'un fil de nylon enroulé sur un moulinet (fig I) et d'une règle en acier inoxydable (fig II), dont la graduation commence à 20 mm de l'extrémité. La poignée et le moulinet sont construits de manière à maintenir le fil à 20 mm de leur face latérale, de sorte que lors du mesurage, le fil se trouve toujours à 20 mm de la face du rail, ce qui permet de mesurer éventuellement des flèches négatives. Ces appareils de mesure sont déposés chez le chef de section, qui dispose en outre de deux secteurs calibrés (fig. III), destinés à tendre le fil à 20 mm des clous d'abornement.

L'équipe de relevage de flèches se compose généralement de quatre agents (trois aides et le contremaître de la voie), non compris les agents devant assurer la sécurité de l'équipe.

1. Pour les courbes qui ne sont pas encore abornées suivant le nouveau procédé, les flèches seront relevées sur le rail. A cet effet, les distances de 10 m seront préalablement

FIG. V.

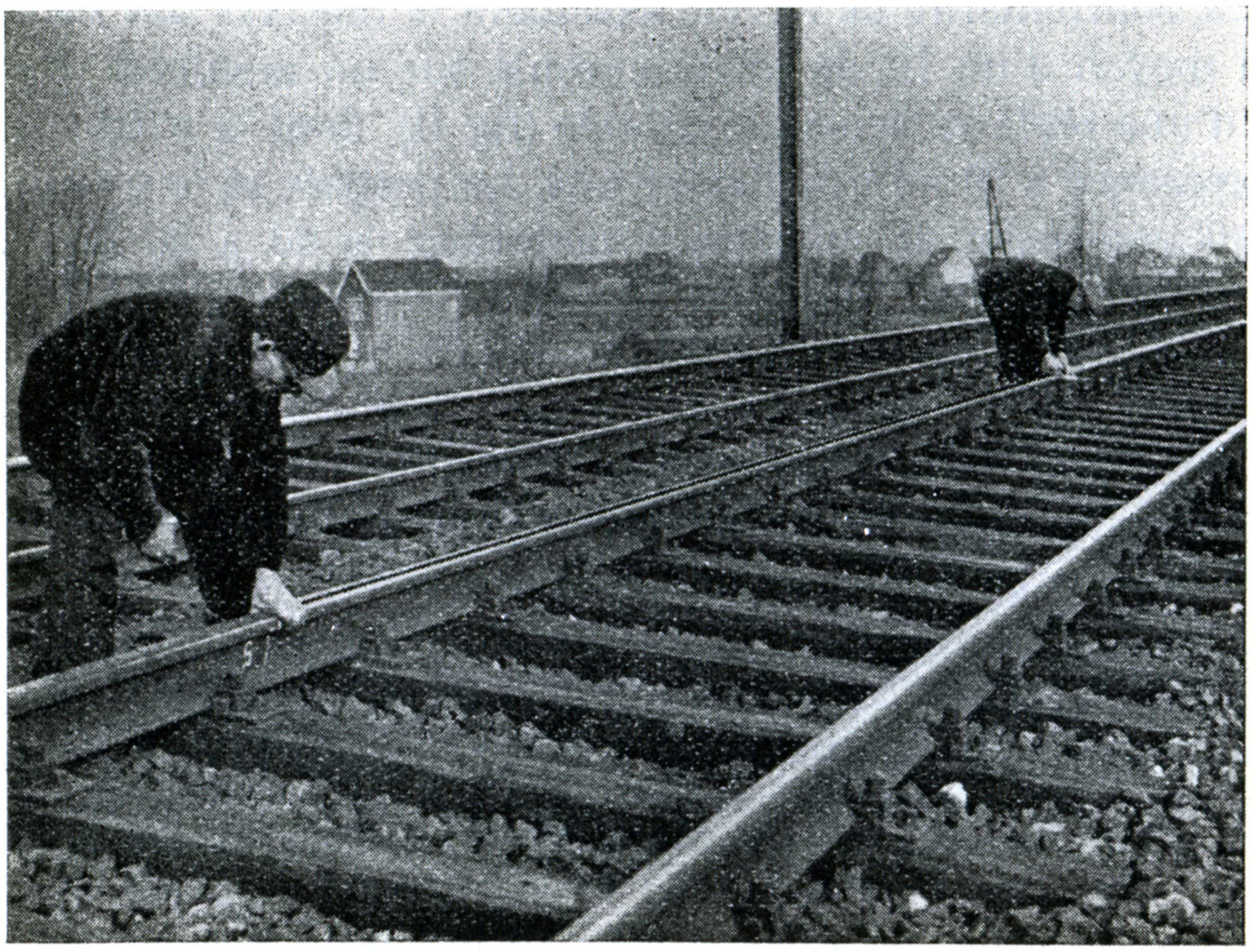


FIG. VI.

chaînées sur le rail. Nous distinguons deux cas pour déterminer l'origine du chaînage; la courbe est abornée avec des bornes en béton suivant l'ancien système, ou la courbe n'est pas abornée.

a) Dans le premier cas, la borne qui indique le commencement de la courbe (courbe unique ou série de courbes) est reportée, au moyen d'une équerre en aluminium (fig. IV), sur le rail le plus éloigné du centre, de la voie la plus proche du centre (fig. V). Ce point est repéré à la peinture sur le rail.

A partir de ce point le chaînage des longueurs de 10 m débute (fig. VI); il sera terminé quand le second alignement droit est atteint.

Dans le cas de deux courbes se succédant et de sens contraires, le relevage des flèches, et par conséquent le chaînage des longueurs de 10 m, seront exécutés sur le même rail pour toutes les courbes qui se succèdent immédiatement (fig. VII).

b) Pour la courbe non abornée, nous distinguons le cas de la courbe dont le plan d'abornement existe et le cas de la courbe sans plan d'abornement.

Quand on dispose d'un plan d'abornement il est possible de déterminer, sur le terrain, l'origine de la courbe (ou des courbes successives).

Si l'on ne dispose pas de plan d'abornement, il faudra d'abord avoir recours à un opérateur pour déterminer le point de tangence sur le terrain, compte tenu du rayon de la courbe qu'on veut implanter. Sinon, les ripages obtenus par correction des flèches mesurées au départ d'un point arbitrairement choisi comme origine de la courbe seraient trop importants, car il est difficile de déterminer au jugé sur le terrain l'origine d'une courbe. En agissant ainsi le travail de correction reviendrait à retracer sans nécessité une nouvelle courbe.

Dès que l'origine de la courbe (ou des courbes) est déterminée, les longueurs constantes de 10 m seront chaînées comme dans le premier cas.

Pour mesurer les flèches sur le rail, la poignée et le moulinet sont placés contre la face de guidage du rail (fig. VIII), à 10 mm environ sous la face de roulement, en deux points distants de 20 m et de manière à tendre le fil près des poignées à 20 mm du rail. L'agent qui relève les flèches place la réglette au milieu sous le fil de nylon (fig. IX) et

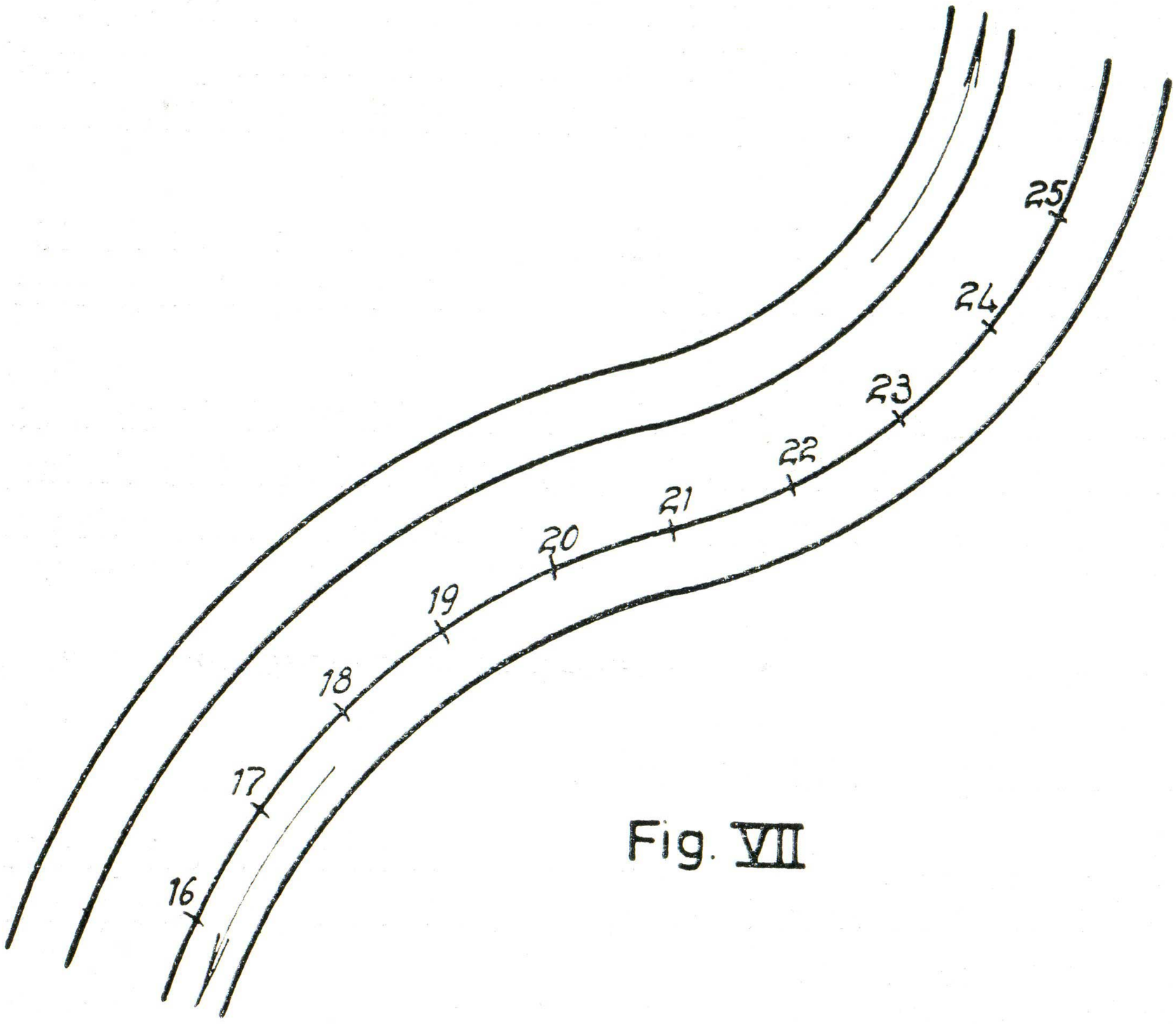


Fig. VII

de telle manière que les lectures sur les deux échelles de part et d'autre de la réglette soient les mêmes. La lecture est vérifiée par l'annotateur (le contremaître de la voie), ce qui assure un double contrôle de la valeur des flèches relevées.

2. Pour les courbes étant abornées au moyen des nouveaux piquets en bois (fig. X), délivrés par le Dépôt central de la Voie à Schaerbeek, le tracé est matérialisé par un clou-repère qui dépasse de 1 cm la surface du piquet. La bague en acier de ces piquets doit être peinte à la couleur blanche.

Pour mesurer les flèches (fig. XI) on tend le fil de nylon sur deux piquets, distants de 20 m, et l'on mesure la flèche

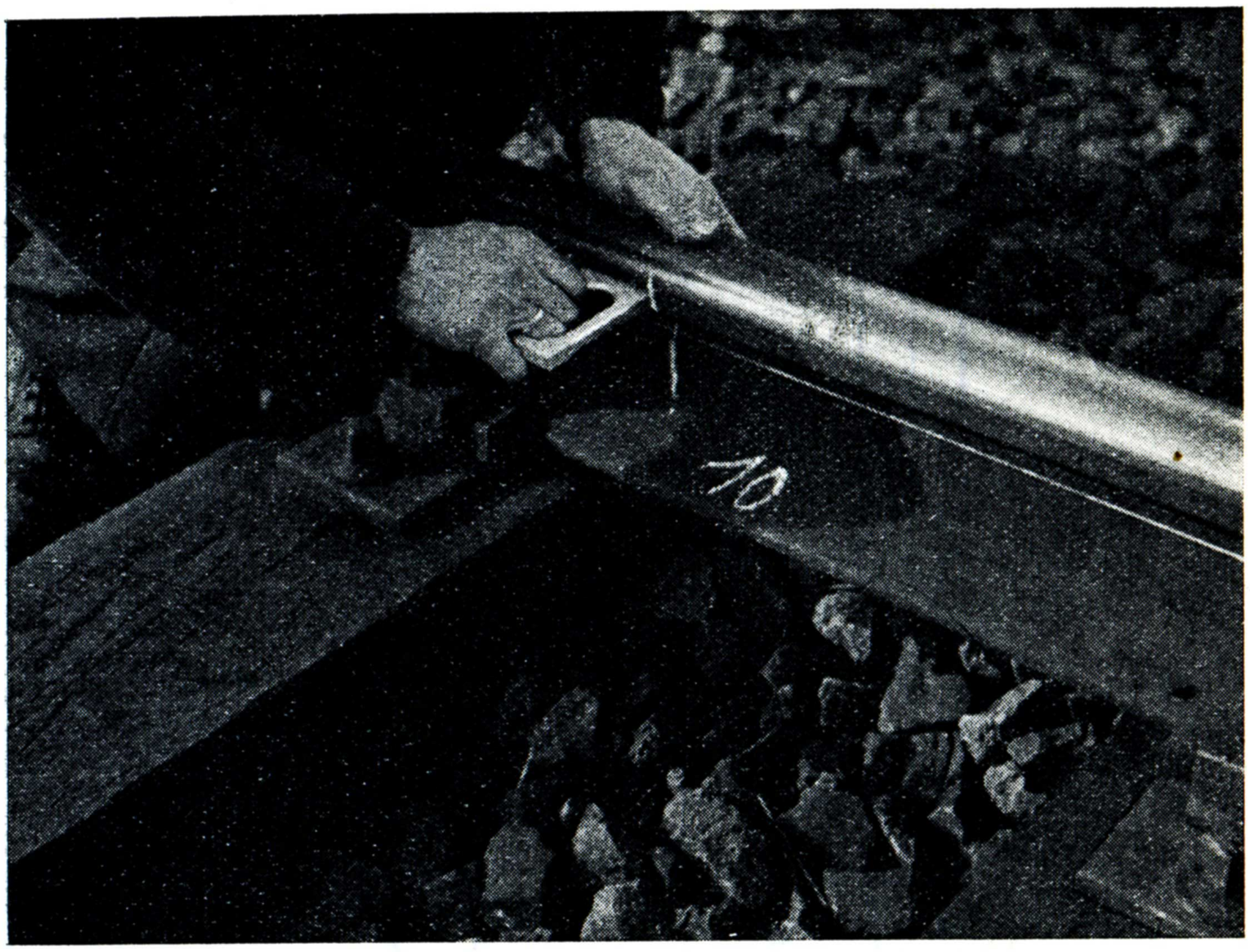


FIG. VIII.

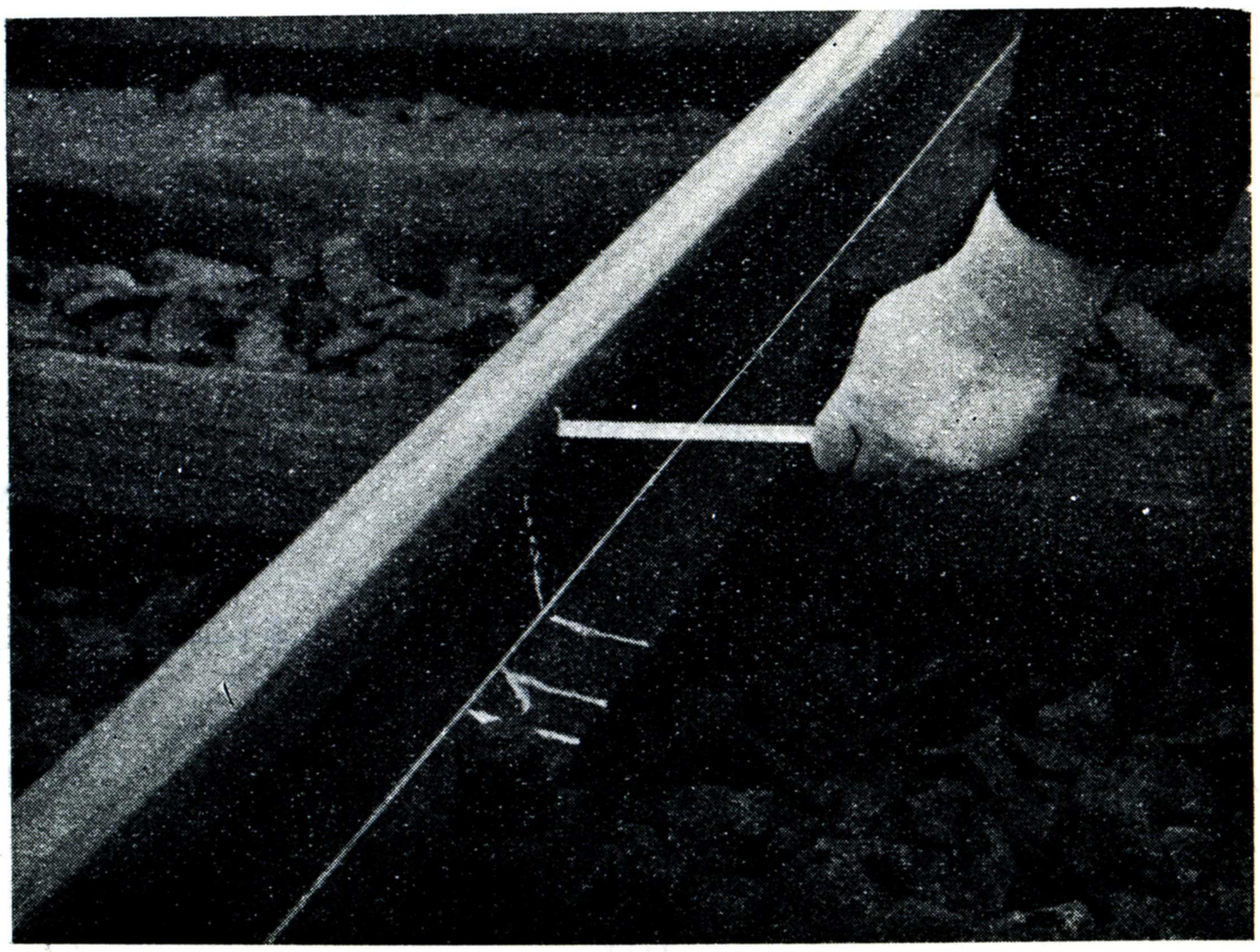


FIG. IX.

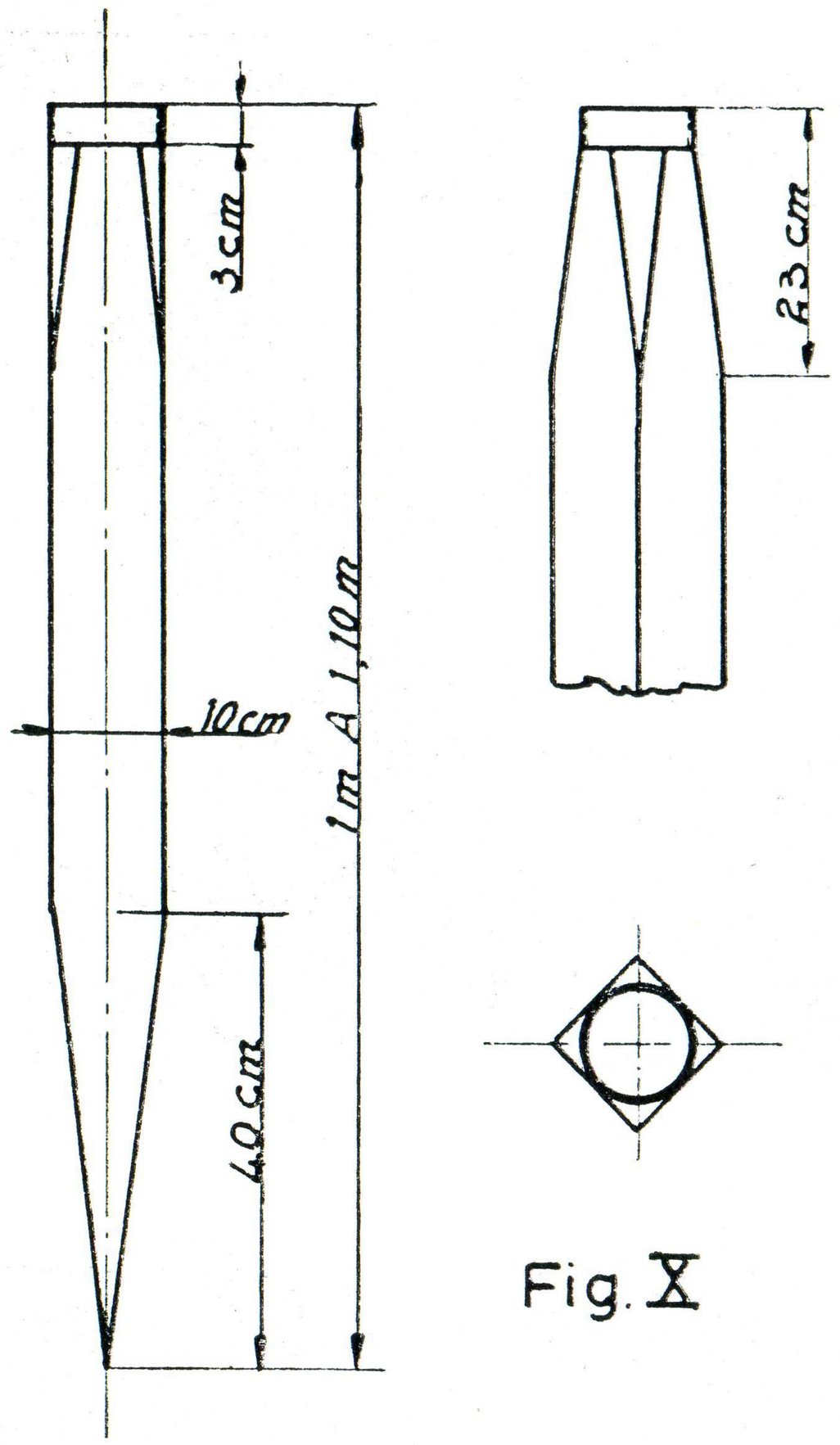


Fig. X

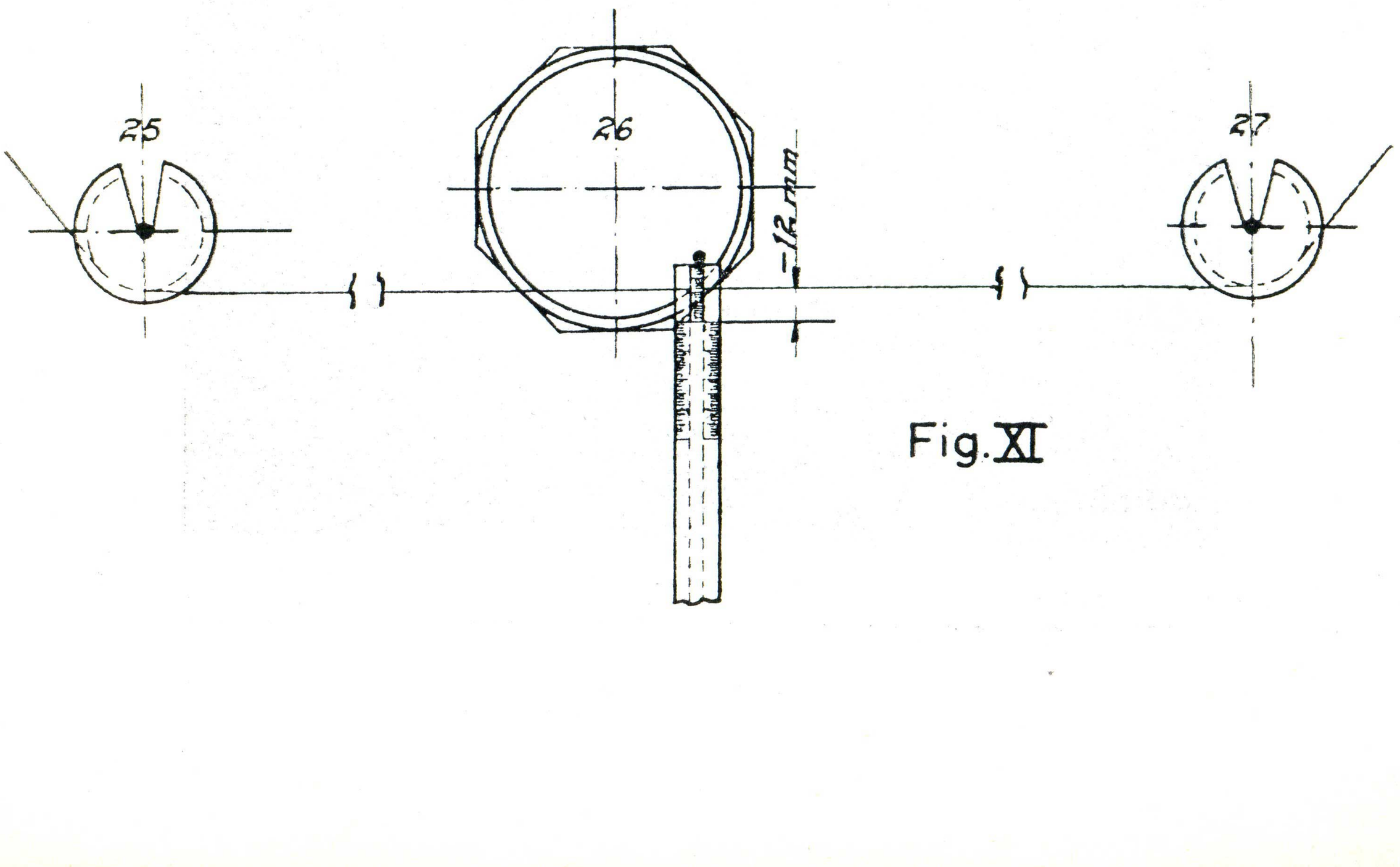


Fig. XI

au piquet intermédiaire. A remarquer que les flèches négatives se mesurent au départ de l'origine, vers le rail ou vers le clou. Par exemple la flèche du piquet 26 (fig. XI) est égale à —12 mm, tandis que celle du piquet 19 (fig. XII) est égale à 18 mm.

Le fil de nylon doit toujours être bien tendu pendant la mesure des flèches. Pour réaliser cette tension tout en maintenant le fil à 20 mm des clous-repères, il est indispensable que chaque aide dispose d'un des secteurs calibrés (fig. XIII).

Les annotations prises sur le terrain doivent être définitives, indifféremment si elles doivent servir pour le calcul ou pour le « Medico ». On évite de cette manière toute erreur pouvant résulter de la transcription. L'annexe I donne un modèle du formulaire destiné à ces annotations. Les flèches relevées sur le terrain sont transmises au chef de section.

Remarques :

1° Avant de commencer le relevage des flèches sur piquets, il est conseillé de vérifier et de corriger éventuellement la position des piquets qui se trouvent dans l'alignement droit (par exemple — 1, 0, 1 et 20, 21, 22 de la fig. XIV), de manière à obtenir une flèche nulle aux piquets 0 et 21. En agissant ainsi, les ripages aux points 1 et 20 seront nuls.

2° Pour les courbes qui ne sont pas abornées avec les nouveaux piquets, le relevage des flèches sur le rail sera prolongé au delà des points de tangence dans l'alignement droit (fig. XV) jusqu'à ce qu'on obtienne une flèche nulle. Ce prolongement ne s'étendra pas au delà de 6 à 8 points. Si ceci ne suffit pas, les alignements devront préalablement être dressés.

B. — **Rédaction du croquis.**

Le chef de section rédigera un croquis sur lequel au moins un point de l'abornement sera repéré suivant les données topographiques.

Le point dont la position doit être déterminée peut être un point d'abornement quelconque de la courbe. Comme points-

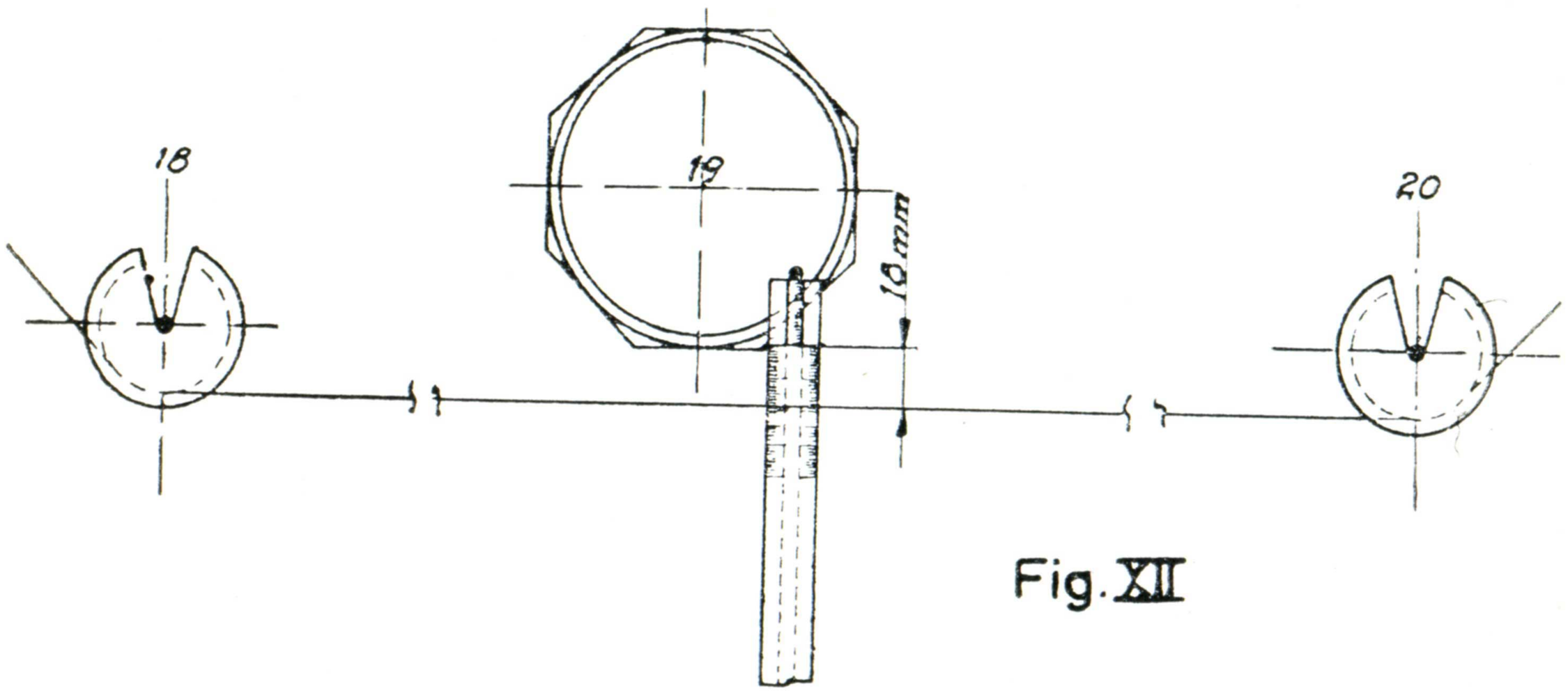


Fig. XII

Fig. XIII

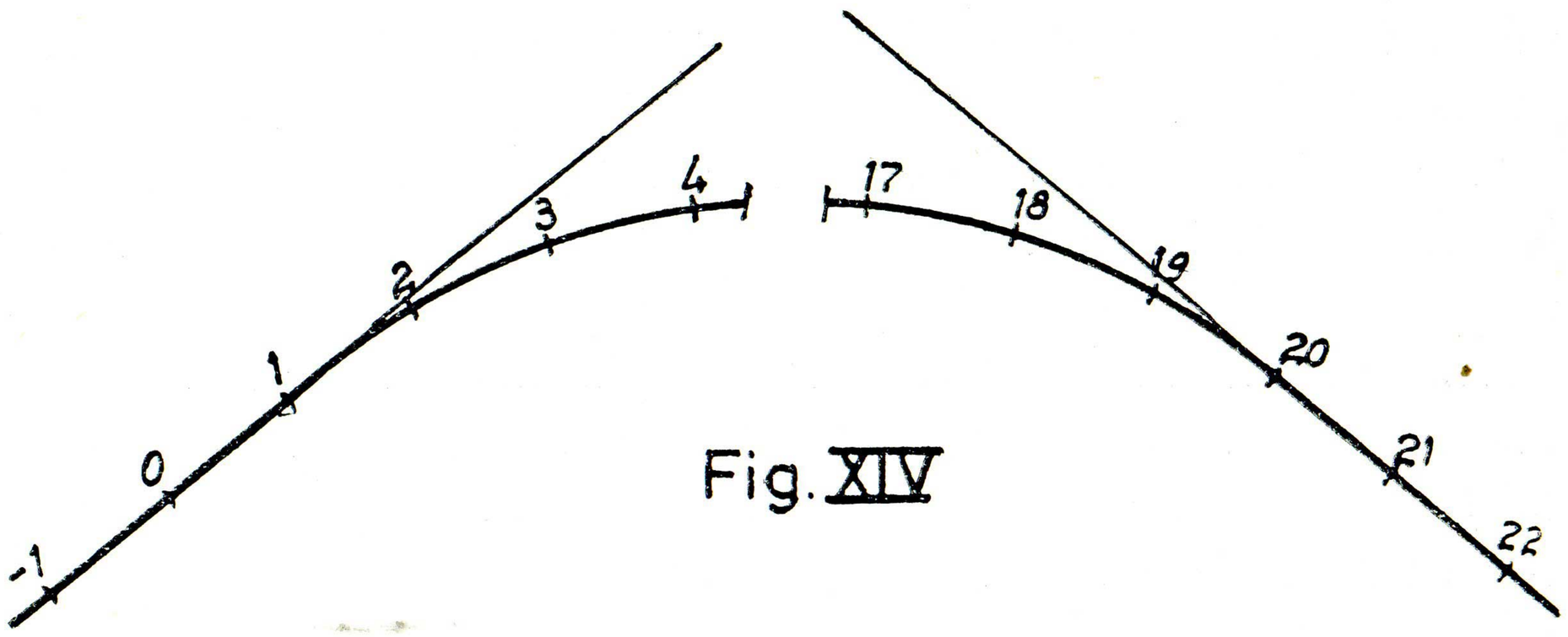


Fig. XIV

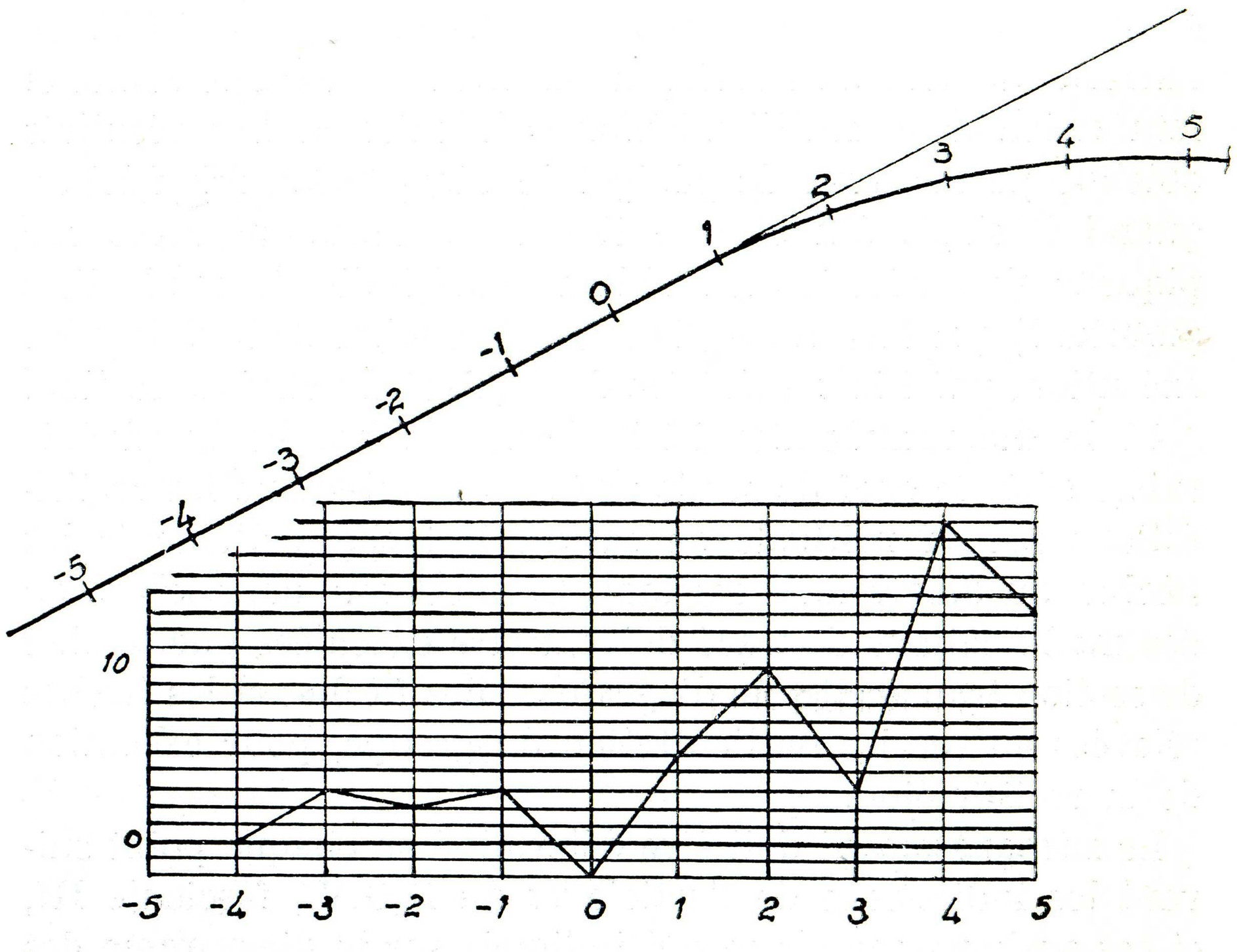


Fig. XV

repères on prendra les poteaux caténaires, les culées des passages supérieurs, les garde-corps des passages inférieurs, etc. En tout cas il est conseillé de joindre au croquis un détail de la manière par laquelle on a repéré la position du point d'abornement.

Remarquons toutefois que le chef de section ne rédigera le croquis que lorsque les piquets du nouveau modèle ont été posés.

Dans le cas où il y existe un diagramme des flèches (cas des courbes abornées suivant le nouveau procédé), le chef de section se bornera à vérifier l'exactitude du croquis se trouvant sur le diagramme.

C. — **Rectification du diagramme des flèches.**

Les deux documents rédigés ci-dessus, le relevé des flèches et le croquis sont transmis par l'intermédiaire de l'I.T. de l'arrondissement au Service d'entretien du Groupe. Celui-ci fera exécuter la rectification au « Medico ». Les résultats obtenus permettront de rédiger le diagramme des flèches, quand il s'agit d'une correction des flèches mesurées sur piquets; sinon, les ripages obtenus sont indiqués sur la liste (annexe I) qui sera renvoyée au contremaître de la voie pour exécution, par l'intermédiaire de l'I.T. et du chef de section.

Si le diagramme des flèches pour la courbe considérée existe déjà, le chef de section exécutera lui-même les rectifications par la méthode de calcul. Il tâchera d'obtenir les flèches du diagramme existant. Ce n'est que dans le cas où des modifications de tracé doivent être exécutées que le chef de section transmettra le diagramme des flèches et les flèches relevées au service de l'entretien du groupe, pour exécution de la rectification.

Le surhaussement doit être déterminé en chaque point suivant les indications de l'article 72 du R.G.V., fascicule III, et ces surhaussements seront indiqués sur le diagramme des flèches, dans la rangée prévue à cet effet.

D. — **Vérification.**

Quand un tracé existant a été modifié, le nouveau diagramme des flèches sera soumis pour approbation à l'ingé-

nieur, premier adjoint du groupe; les formulaires annexes I, où les ripages prévus seront inscrits, y seront annexés.

Dans le cas de rectification simple, le diagramme des flèches ne sera soumis au premier adjoint que la première fois; les rectifications suivantes ne lui seront plus soumises, pour autant que l'ancien diagramme des flèches soit respecté.

Un exemplaire du diagramme des flèches sera adressé à la Dir. V., Div. 32.4.

E. — **Réalisation des rectifications sur le terrain. Implantation des piquets.**

L'implantation des nouvelles bornes sera exécutée de préférence lors d'un criblage de ballast mécanique ou quand les anciennes bornes ont été enlevées pour une raison quelconque ou sont devenues inutiles (modification de tracé à l'occasion des travaux d'électrification, etc.). Dans des cas particuliers, il peut être décidé, d'accord avec la Direction de la Voie, Div. 32-4, de remplacer l'ancien abornement par les nouveaux piquets en bois.

Les bornes sont implantées dans l'axe des lignes à double voie à entrevoie normale de 2 m et à 1 m du rail le plus éloigné du centre de la courbe, pour les lignes à voie unique, ou dans les cas où l'entrevoie est plus grande que 2 m; toutefois pour les voies à quai, les deux abornements éventuels seront placés dans l'entrevoie.

De toute manière toutes les anciennes bornes doivent être éloignées avant d'implanter les nouveaux piquets en bois.

Dans les courbes, la distance entre bornes est invariablement de 10 m sur toute la longueur de la courbe.

Sur un côté du piquet on fixe une plaque en zinc (fig. XVI) portant le numéro du piquet, le devers exigé, ainsi qu'une lettre P quand le piquet appartient au raccord parabolique. Sur les plaques appartenant aux piquets indiquant l'origine de la courbe ou du raccord parabolique, on indique une croix.

Le profil en long exact de la voie est matérialisé par la surface supérieure du piquet, qui sera placé à la hauteur exacte du rail.

1. Dans le cas des courbes abornées avec les piquets du nouveau modèle, les déplacements obtenus par la correction

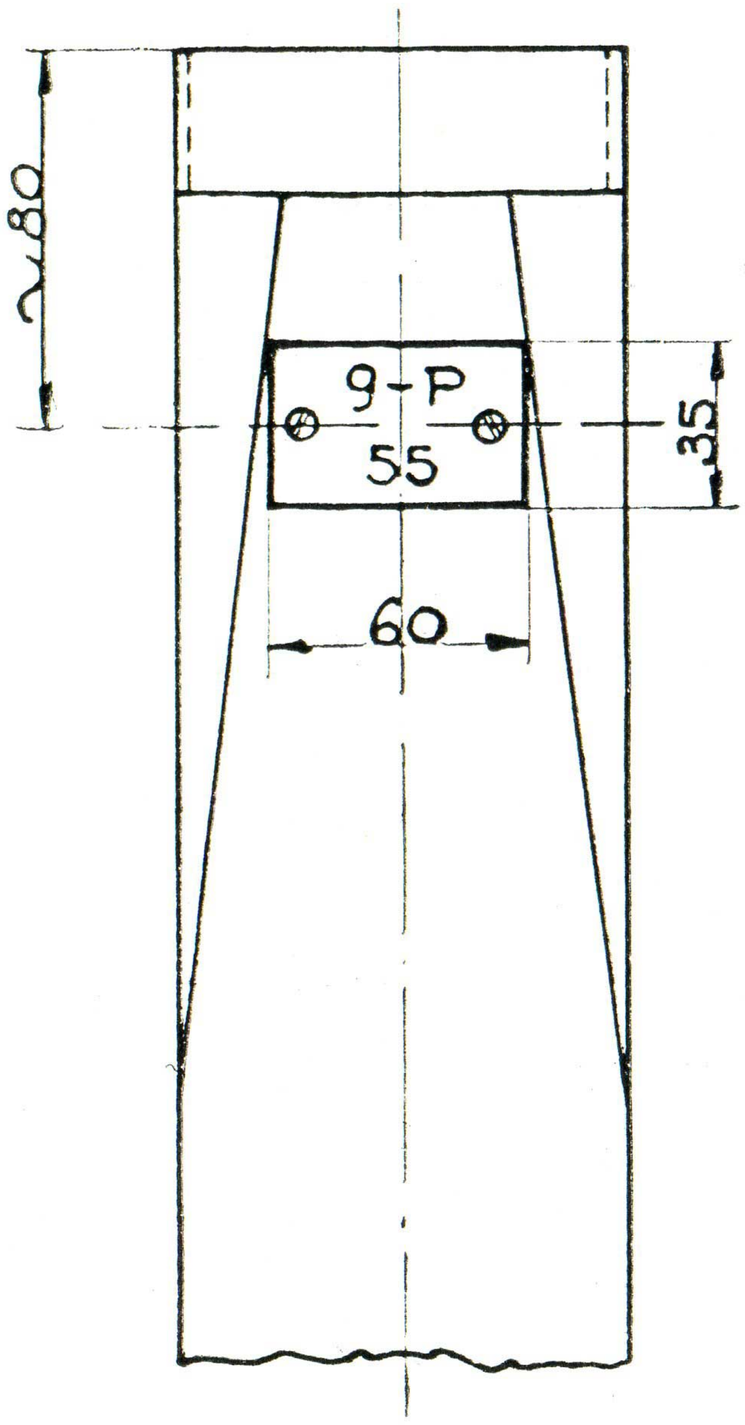


Fig. XVI

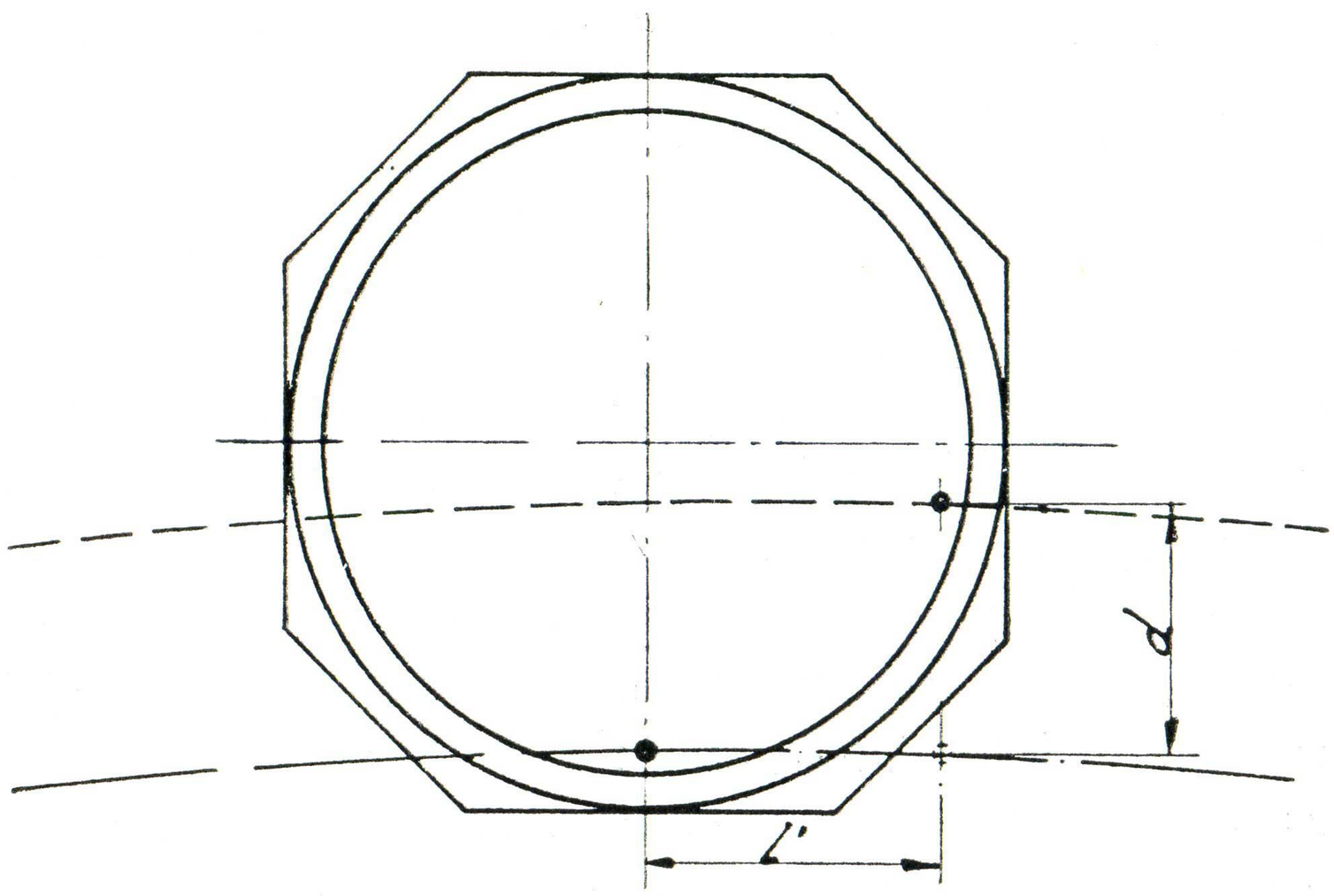


Fig. XVII

des flèches seront immédiatement réalisés en déplaçant le clou-repère; la rectification du tracé de la voie pourra être exécutée plus tard.

Pour autant que le déplacement du clou puisse être réalisé sans devoir déplacer la borne même, l'opération est simple : on repère le clou existant par rapport au rail, ensuite on enfonce un nouveau clou à la distance voulue du premier, qu'on enlève.

Il arrive que le clou se trouve sur le bord du piquet; de sorte que le déplacement désiré, normal à l'axe de la voie, exige la pose du clou en dehors de la surface du piquet (fig. XVII). Dans ce cas, on déplacera le nouveau clou parallèlement à l'axe de la voie, de manière à pouvoir l'enfoncer dans la surface du piquet. L'erreur dans les distances entre piquets est sans influence sur les opérations de rectification.

Si le déplacement du clou tombe nettement en dehors de la surface du piquet, ce dernier devra être déplacé. A cet effet on repérera le clou par rapport au rail voisin; ensuite le piquet sera enlevé et le trou restant *bien damé* avant d'implanter à nouveau le même piquet. Le clou-repère sera enfoncé à la distance voulue.

Après la rectification du tracé sur piquets, on exécutera la vérification du tracé obtenu. Ceci consiste à relever les flèches obtenues et à les comparer aux flèches du diagramme. On mesurera simultanément les distances exactes entre clous-repères; ces distances seront inscrites dans la colonne 9 (remarques) du formulaire annexe I. Le diagramme des flèches sera complété avec ces données.

2. Pour les courbes non encore abornées suivant le nouveau procédé, l'implantation des piquets commencera toujours à une extrémité de la courbe par les deux piquets se trouvant dans l'alignement. Les piquets seront implantés à une distance constante de 10 m; par conséquent ils ne se trouveront pas en face des points repérés sur le rail. En effet, ces derniers points ne coïncident avec le clou-repère qu'au début de la courbe, parce que le développement de la courbe mesurée sur le rail et sur les piquets est différent (rayons

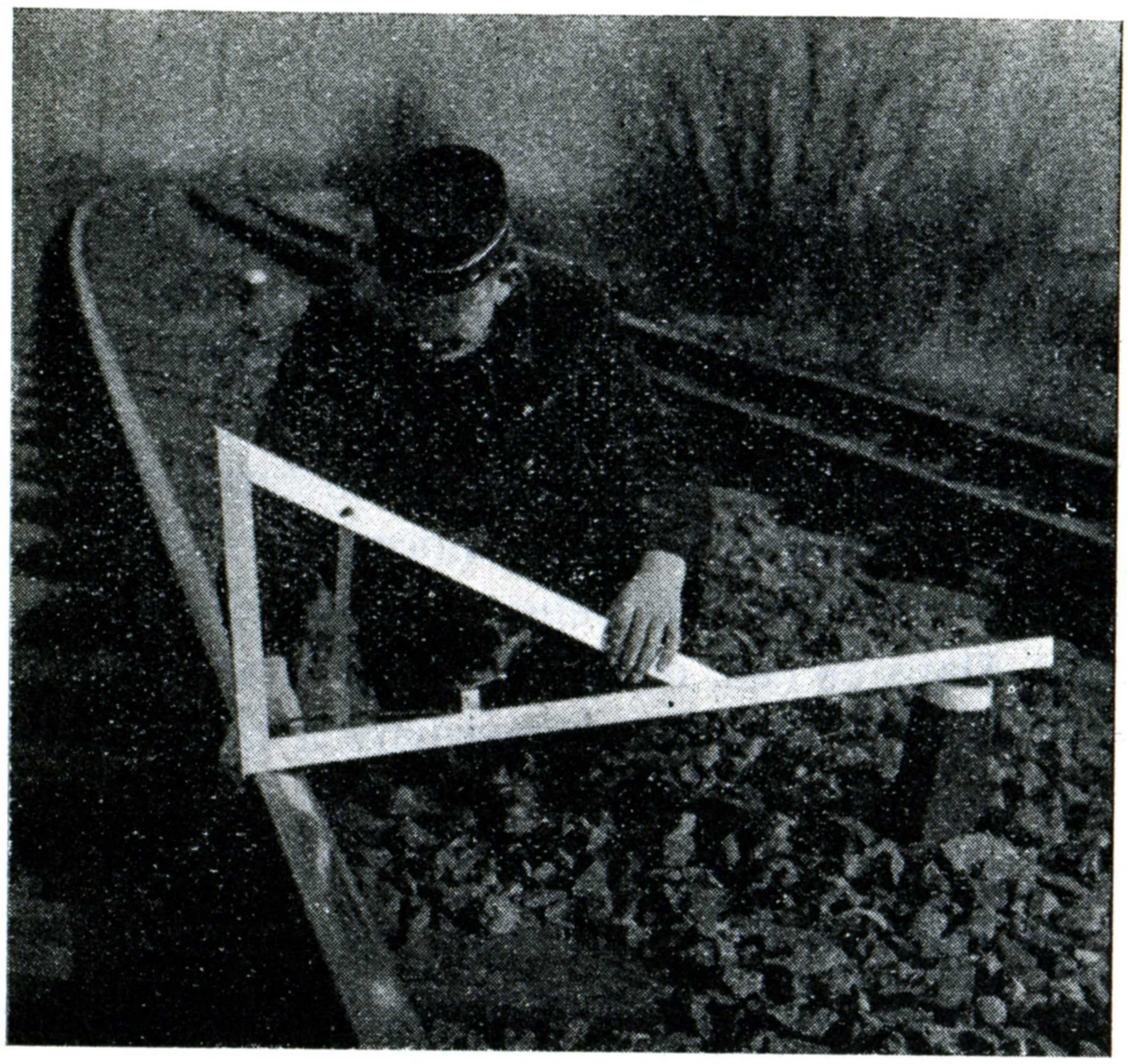


FIG. XVIII.

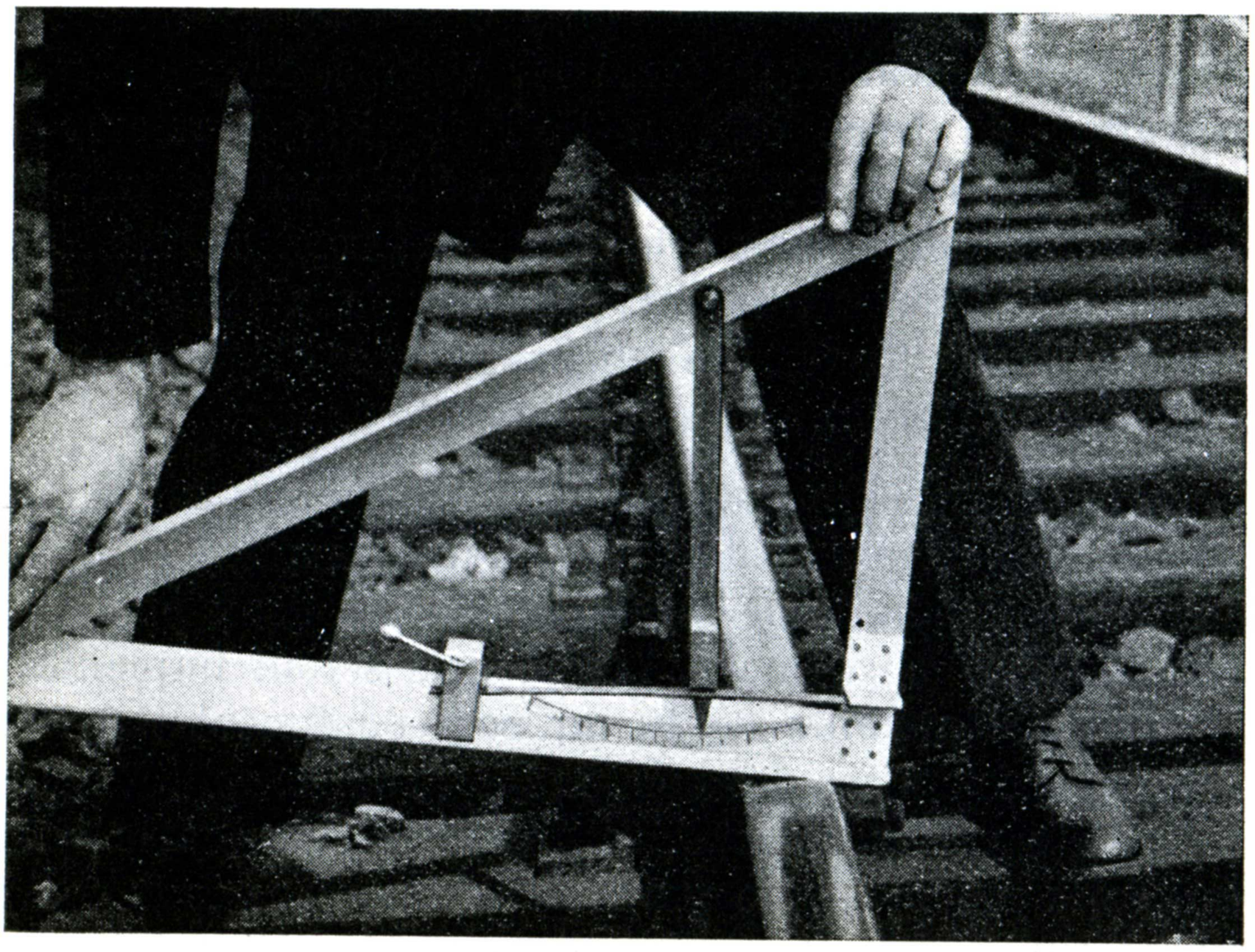


FIG. XIX.

respectifs R—1 et R). La différence relativement grande entre la position du point sur le rail et du clou-repère est sans importance, vu que seul le diagramme des flèches relevées sur les piquets détermine la courbe.

Sur les nouveaux piquets, le clou-repère sera enfoncé à la distance voulue, compte tenu des déplacements indiqués au formulaire annexe I, rédigé au départ des flèches mesurées sur le rail.

Avant de riper la voie en place, on relèvera les flèches sur piquets et l'on agira ensuite comme dans le cas de la courbe abornée. Le diagramme des flèches ne sera rédigé que lorsque ces dernières flèches auront été rectifiées.

F. — **Ripage de la voie.**

Le ripage de la voie sera exécuté avec une équipe suffisamment nombreuse ou au moyen des appareils à riper la voie. Pour les ripages dépassant 10 mm, les têtes des traverses du côté du mouvement doivent être préalablement dégarnie de ballast. Lors du ripage le chef piocheur fera exécuter un déplacement légèrement plus grand que celui prévu, parce que en battant les têtes des traverses avec l'envers du fer à riper, la voie revient partiellement vers sa première position.

Immédiatement après le ripage de la voie et si possible avant le passage du premier train, les têtes des traverses doivent être regarnies de ballast.

Il est souhaitable de vérifier après quelques jours si le tracé ne s'est pas modifié; la voie a en effet tendance à revenir dans sa position primitive.

Pour déterminer la valeur du ripage, il y a lieu de tenir compte du fait que la voie doit se trouver à 1 m de distance du clou-repère. Le chef-piocheur posera d'abord l'équerre de la figure IV avec le pendule vertical et du côté du rail, d'une part sur le bourrelet du rail et, d'autre part, sur le piquet (fig. XVIII). Le pendule libre indique sur l'échelle (fig. XIX) le nombre de millimètres qui doivent être ajoutés à 1 m pour tenir compte de la dénivellation possible entre piquet et rail.

Sur la figure XVIII cet écart s'élève à 20 mm, de sorte que la distance (oblique) vaut 1.020 m.

Ensuite le chef-piocheur pose l'équerre à plat sur le rail avec le côté court contre la face de guidage du rail, et la graduation sur le piquet et en face du clou-repère. Dans cette position de l'équerre, il fera riper la voie (fig. XX).

FIG. XX.

Dans le cas d'une double voie, on répétera cette opération pour la deuxième voie, en tenant toujours compte du rail le plus près des piquets d'abornement.

Après le ripage des voies à la distance exacte des clous-repères, le chef-piocheur procédera à un dressage minutieux entre les piquets, pour autant qu'il dispose du temps nécessaire. Pour cette dernière rectification il agira comme suit : il mesurera la flèche sur les piquets au moyen d'une corde de 20 m; ensuite il tendra la corde sur le rail, face à deux piquets successifs (donc à 10 m), et il fera déplacer la voie au milieu (donc à 5 m) jusqu'à obtention d'une flèche égale au quart de la fièche du point d'abornement précédent,

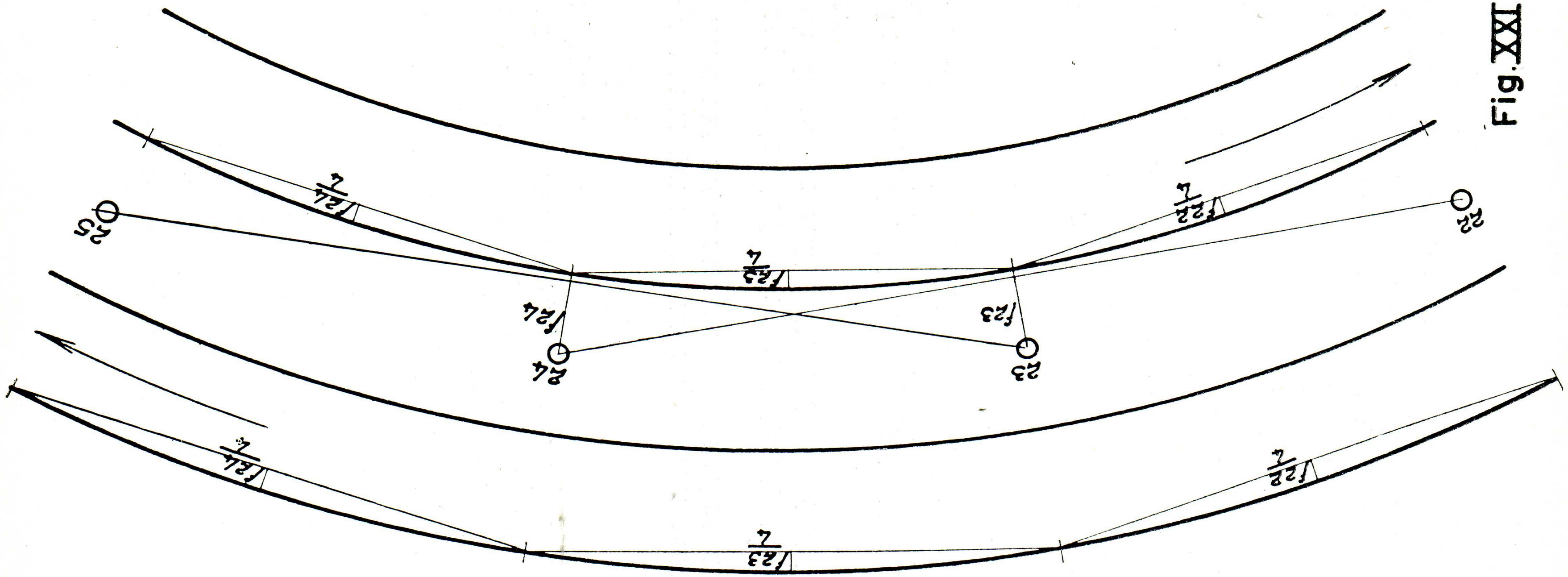

z_5
z_4
z_3
z_2
z_1
$\frac{f_{24}}{L}$
$\frac{f_{23}}{L}$
$\frac{f_{22}}{L}$
f_{24}
f_{23}
$\frac{f_{24}}{L}$
$\frac{f_{23}}{L}$
$\frac{f_{22}}{L}$

Fig. XXI

mesurée sur une corde de 20 m. Par exemple, la figure XXI représente les voies après ripage aux points d'abornement 22, 23, 24, 25 etc. : la flèche au piquet 23 est 11 mm et au piquet 24, 15 mm. La corde, tendue sur le rail, face aux piquets 23 et 24, le chef piocheur fera riper la voie au milieu jusqu'à obtention de la flèche $\frac{f23}{4}$ =3 mm; de même pour la flèche entre les piquets 24 et 25 qui devra être égale à $\frac{f24}{4}$ =4 mm.

On remarquera que le ripage de la voie en un point situé entre deux piquets n'influence pas les flèches relevées au droit des piquets.

II. — COURBES QUI NE DOIVENT PAS ÊTRE ABORNÉES AVEC LES PIQUETS DU NOUVEAU MODÈLE.

Ce cas se présente très fréquemment dans les travaux d'entretien, où de petites rectifications de tracé doivent être exécutées.

A. — Le relevage des flèches sera exécuté sur le rail, comme dans le cas précédent, quand il n'y a pas de piquets.

L'origine de la courbe et les points de raccord entre courbes (si ces derniers peuvent être repérés) doivent être indiqués à la peinture sur le rail.

B. — Les flèches relevées seront corrigées soit par le chef de section, soit par le service d'entretien du groupe.

C. — Le contremaître de la voie inscrit sur les traverses, en face des points de repère sur les rails, les déplacements prescrits, en indiquant avec une flèche la direction du ripage.

Avant de riper la voie, le chef-piocheur fixe la distance du rail par rapport au rail le plus proche de la voie voisine, au moyen d'une latte (en bois) de 2 m de longueur au moins. Si de petits piquets provisoires ont été implantés avec des clous-repères on pourra faire usage de l'équerre en aluminium, sans tenir compte toutefois de la différence de niveau entre piquet et rail.

Le ripage de la voie et les rectifications minutieuses (tous les 5 m) seront exécutés comme dans le cas de la courbe abornée.

Ensuite on détermine la position de la voie par rapport aux anciennes bornes. A cet effet, on place une bande de plomb sur la tête des bornes en béton; un trait sur la bande de plomb indiquera l'axe de la voie. La distance entre bornes dans la partie circulaire des anciens abornements étant de 20 m, il est souhaitable d'implanter entre deux bornes en béton un piquet nouveau modèle, de manière à disposer de points supplémentaires pour fixer le tracé de la voie.

(B)

ANNEXE I.
BIJLAGE

GROUPE .....
GROEP
ARROND^{T} .....

CONTRE-MAÎTRE DE LA VOIE .....
BAANMEESTER

N^{o} .....
N^{r}

A .....
TE

Ligne n^{o} .....
Lijn n^{r}

Voie de .....
Spoor van

vers .....
naar

Courbe n^{o} .....
Bocht n^{r}

Entre stations .....
Tussen stations

et .....
en

De km .....
Van km

à km .....
tot km

Flèches mesurées le .....
Pijlen opgemeten de

par .....
door

Devers en pleine courbe .....
Verkanting in volle bocht

Longueur du R.P. .....
Lengte der P.O.B.

Rayon .....
Straal

1	2	3	4	5	6	3′	4′	5′	6′	7 *a*	7 *b*	8	9

1 N^{o} des piquets. — *N^{r} van de palen.*
2 Flèches *f* en mm. — *Pijlen f in mm.*
3-3′ Flèches F corrigées en mm. — *Verbeterde pijlen F in mm.*
4-4′ Différences Δ. — *Verschil* Δ.
5-5′ Somme des différences ΣΔ. — *Som van de verschillende* ΣΔ.
6-6′ Demi-déplacements *d*/2. — *Halve verschuivingen d*/2.
7 Déplacements : *a*) vers l'intérieur (—); *b*) vers l'extérieur (+). — *Verschuivingen* : a) *naar binnenkant* (—); b) *naar buitenkant* (+).
8 Flèche mesurée après dressage. — *Na verbetering opgemeten pijlen.*
9 Observations : ripage maximum; points particuliers, etc. — *Opmerkingen* : *maximum verschuivingen; bijzondere punten, enz.*

HAYEZ - Bruxelles.
75.526 - 9 - 54 (420)